EDICION FACSIMILAR DE
LUIS VALVERDE & ASOCIADOS Ltda.

BREBES LECCIONES DE ARISMETICA

PARA EL USO

DE LOS ALUNNOS DE LA CASA
DE Sto. TOMAS

CONPUESTA

POR EL Br. Raf. OSEJO CATEDRATICO

EN ELLA.

YNPRESO EN S. JOSE DE COSTARICA
AÑO DE 1830, YMPRENTA DE LA PAZ.

San José, Costa Rica, 1990
160 Aniversario de las Artes Gráficas en Costa Rica

Impreso y procesado en Costa Rica
por **JIMÉNEZ & TANZI Ltda.**, con base en copias
y microfilms de la obra original.
Cartulina de la portada, **Conqueror JITAN** y papel tipo **Antique JITAN**.
Diagramación: **Ricardo Garita M.**
Productor: **Gustavo Jiménez.**
La Edición estuvo a cargo de **Pedro Rafael Gutiérrez.**
Costa Rica, 1990. 160 Aniversario de la Industria Gráfica
Edición Facsimilar de **LUIS VALVERDE & ASOCIADOS Ltda.**

El primer libro editado en Costa Rica

HACE 160 AÑOS: LO IMPRESO, IMPRESO ESTÁ

Hace exactamente ciento sesenta años, con la exasperante morosidad de una pequeña prensa de madera, bajo la tercera administración del Jefe de Estado Juan Mora Fernández, se imprimió el primer libro editado en Costa Rica: una modesta obra, con un tiraje de no más de trescientos ejemplares, titulada, previa corrección de los errores de la época, "Breves lecciones de Aritmética para el uso de los alumnos de la Casa de Sto. Tomás compuesta por el Br. Rafael Osejo, Catedrático en ella".

Al cabo de esos años, LUIS VALVERDE & ASOCIADOS, Ltda, adoptó como símbolo de su publicación especializada, EL IMPRESOR, la silueta de la prensa en que se hizo la edición del pequeño volumen y que se exhibe en extrordinario estado de conservación en el Museo Nacional en San José.

La Aritmética de Osejo es por esta razón la partida de nacimiento de la industria editorial costarricense, que se caracteriza por su magnífica calidad en todos sus aspectos.

El libro se produjo como se advierte en el pie de imprenta, aquí en San José de Costa Rica, en 1830, en la IMPRENTA DE LA PAZ, cuando incluso el nombre de nuestro país se escribía en una forma anárquica.

LUIS VALVERDE & ASOCIADOS, Ltda., que a partir de su fundación hizo realidad el propósito de servir a los impresores costarricenses, pone en manos del lector esta reproducción facsimilar del libro pionero de nuestra industria editorial, que a pesar del paso de los años se realiza con espectaculares avances técnicos y en un número de ejemplares con el que no soñó el bachiller Osejo, que en la introducción, con la hermosa pasión del educador, advirtió que emprendía la obra por "la triste perspectiva que presentaba a mi alma—dice dirigiéndose a sus alumnos—veros crecer sin adquirir aún los elementos de erudición más necesarios en la vida social".

LA IMPRENTA EN COSTA RICA

La impresión de la Aritmética de Osejo fue posible gracias a las gestiones del autor, en su posición de parlamentario, que tres años antes había mocionado para aprobar una pequeña partida para adquirir una imprenta que debía, según él, "facilitar el despacho del Mando Político", pues cuanto circulaba impreso en el país, procedía de Guatemala o de El Salvador.

Con posterioridad el mismo Osejo advirtió a la Asamblea que un extranjero tenía en el país lo que él identificó como "una imprenta cilíndrica", que no fué evidentemente la misma en que se imprimió la Aritmética, que es vertical; con un sistema idéntico al de las prensas de encuadernar y que debió permitir una velocidad de entre cincuenta y cien ejemplares por hora como máximo.

Nuestra empresa conserva como un valioso tesoro, copias directas de los originales de la Aritmética, correspondientes al segundo de los ejemplares conocidos y que nuestro amigo, el escritor Pedro Rafael Gutiérrez obsequió hace ya varios años al Senador norteamericano de Nuevo México, Denis Chávez. El otro ejemplar conocido, es propiedad del Banco Central.

Del primero de ellos damos al lector una fiel reproducción destinada a nuestros clientes y amigos, que viven como nosotros el mundo admirable de la industria gráfica, que dispone hoy de una tecnología que no pudieron soñar nuestros primeros impresores.

La imprenta en que se editó la Aritmética era propiedad de Miguel Carranza y su inventario era necesariamente muy limitado.

Pese a su nombre—IMPRENTA DE LA PAZ—los editores de la obra de Osejo se vieron obligados a ilustrar la portada, como consta en esta edición, con un escudo bélico, que presenta en el centro un heróico rostro, una bandera imposible de identificar, y flechas, morriones, un tambor para el llamado a las armas, lanzas y un fusil con su bayonesta calada.

El dibujo, probablemente un grabado en bronce, tiene muy poco en común con el tema de la obra y mucho menos con el nombre mismo de la imprenta, que adornó como pudo un libro de texto destinado a jóvenes de un país democrático y pacífico como el nuestro, que siglo y medio después sería honrado en la persona de un ilustre ciudadano, el doctor Oscar Arias, con el Premio Nobel de la Paz.

EL REMOTO AÑO DE 1830

En la fecha de la publicación de la Aritmética, Costa Rica hacía apenas nueve años que había logrado su independencia, pero tenía el propósito, como se observa en la circulación de periódicos manuscritos, de fortalecer el ejercicio de la libre expresión, uno de los derechos más notables de nuestro sistema democrático.

En 1830 y ese es el marco histórico a nivel mundial en que nosotros realizábamos la primera impresión de un libro, Víctor Hugo publicaba "Hernani"; el poeta inglés Alfred Tennyson, "Poemas Líricos" y Stendhal en Francia, el conocido "Rojo y Negro"; lecturas tradicionales de nuestros jóvenes estudiantes.

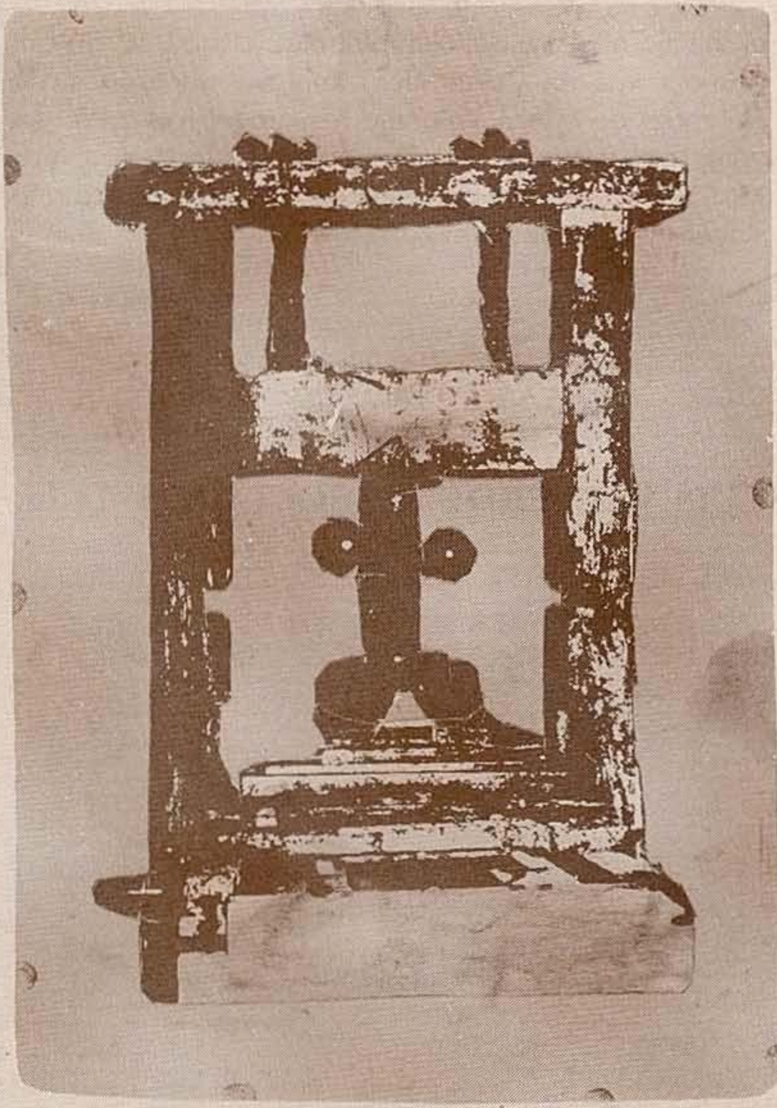
Augusto Comte, por su parte, daba a publicidad su "Curso de Filosofía Positiva", mientras en el campo político, Ecuador y Venezuela se separaban de la Gran Colombia, se rebelaban los ciudadanos de París y posteriormente el ejército francés invadía Argelia.

En Costa Rica, indudablemente, nada más importante ocurrió en 1830 que la publicación de este libro, que con todo afecto y con orgullo de costarricenses, reproducimos facsimilarmente, como una muestra de valor incalculable de nuestra fe en la educación, que es imposible desligar de la admirable labor editorial contemporánea.

El libro de Osejo lo ponemos en las manos del lector, con el mismo mensaje del ejemplar ciudadano que vió por primera vez en Costa Rica, impreso un libro suyo: "Aceptad de buena voluntad, os ruego, mis ardientes votos por vuestro bien y el gracioso afecto con que, gustoso, se sacrifica en vuestro obsequio vuestro más sincero y verdadero amigo".

San José, 1990, año del 160 Aniversario
de las Artes Gráficas en Costa Rica.

LUIS VALVERDE & ASOCIADOS, Ltda.



Prensa en que se imprimió en 1830 la primera edición de la Aritmética del Bachiller Osejo. Se conserva en el Museo Nacional de Costa Rica.
(grabado de autor no identificado)

Bachiller Rafael Francisco Osejo
(dibujo contemporáneo)

Dibujo posterior a la muerte del Bachiller Osejo de José María Figueroa Oreamuno. Aparecen de izquierda a derecha, Santos Lombardo, Osejo, Joaquín Ylgesias y una dama no identificada, que seguramente es una alegoría.

Raf. Osejo

BREBES LECCIONES DE ARISMETICA

PARA EL USO

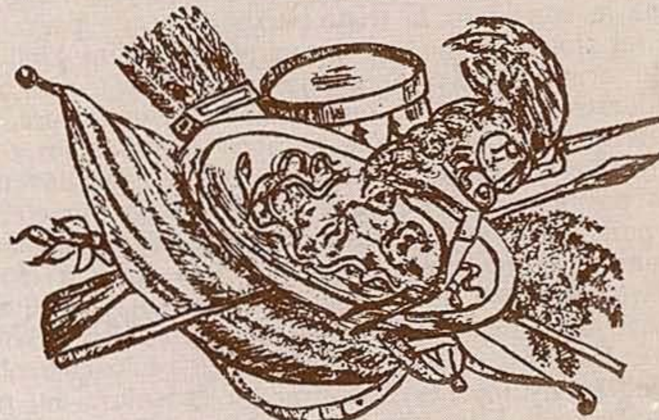
DE LOS ALUNNOS DE LA CASA

DE Sto. TOMAS

CONPUESTA

POR EL Br. Raf. OSEJO CATEDRATICO

EN ELLA.



YNPRESO EN S. JOSE DE COSTARICA

AÑO DE 1830. YMPRENTA DE LA PAZ.

AMABLES JOBENES.

Mi intima persuasion de la imperiosa necesidad que tiene el hombre de ilustrarse en cualquiera concepto que se le considere: la triste perspectiva que presentaba á mi alma veros crecer sin adquirir aun los elementos de erudicion mas necesarios en la Vida social: la consideracion, en fin, de que, nunca mas que ahora, necesitais de instruiros y que nuestras instituciones exsigen hombres Sabios que sean su sosten y las lleven al grado posible de perfeccion me ha hecho someterme á la penosa tarea [a] de comunicaros los principios, á lo menos, de que partiréis, un dia, para amaestráros en los varios destinos que ós depare la suerte y en que la sociedad ós demande vuestras constantes è importantes fatigas. Este es, os lo repito, el unico principal motivo que me há estimulado á emprender la lectúra del presente curso de Filosofia y este mismo me hará meditar constantemente acerca de los mas adecuados medios de que cojáis todo el fruto que sea posible.

Una consecuencia de este deséo es ahorraros inutiles molestias y consumo de tiempo en escrivir en la clase. Quiero, antes bien, cercenar mi descanso en vuestro obsequio y (escriviendo yo en mi quarto) proporcionáros el que podáis fixar mejor y mas facilmente en vuestras memorias las nociones mas necesarias de las materias que os he de leer.

Con estas miras solo os darè breves, apuntes reservandome para la leccion verbal el desarroyo y minucioso exercicio de esos mismos principios. Comenzemos, pues, no perdiendo de vista que no podéis hallar en este opusculo aquellos conocimientos que por comunes [b] ó embarazosos tengo á bien omitir y que en preguntas y respuestas hallaréis cuanto os podrá ser necesario.

De la Aritmetica.

Pregunta. Antes de entrar á exsaminar la naturaleza y obgeto de esta ciencia será bien saber ¿á qual de las Ciencias humanas corresponde?

Respuesta. A las matematicas.

P. Qual es el obgeto de las matematicas?

R. La cantidad considerada en general.

P. Que es cantidad?

R. Todo lo que es susceptible de aumento ó de diminucion, ò lo que puede ser mayor ó menor.

P. Por que se dice que el obgeto de las matematicas es la cantidad en general?

R. Por que la cantidad puede considerarse de varias maneras.

P. Y que se sigue de esto?

R. Que son tantos los ramos de matematicas, cuantos son los modos de considerar la cantidad.

P. Supuesto que la aristmetica es una ciencia que corresponde á la clase de las matematicas ¿Que es aristmetica?

R. Es un ramo de matemáticas que tiene por objeto, la cantidad espresada con numeros; o puede decirse tambien que la aristmetica es la ciencia que trata de averiguar las relaciones y propiedades de la cantidad espresada en numeros.

P. Que es numero?
R. Es un signo que representa la unidad ó unidades de que se compone una cantidad determinada.
P. Que es unidad?
R, Una cantidad cualquiera que sea, que se toma arbitrariamente para compararla con otra ù otras muchas.
P. El numero de cuantas maneras es?
R. Primero se divide en homogeneo ó semejante y en heterogeneo, ó desemejante. 2. En simple y compuesto. 3. En entero, quebrado, y fraccionario.
P. Que es numero homogeneo?
R. El que espresa cantidades de uña misma especie.
P. Que es numero heterogeneo?
R. El que espresa cantidad de distinta especie.
P. Que es numero simple?
R. El que consta de solo un guarismo ó cifra. v.g. 1 2, 3, &.
P. Que es numero compuesto?
R. El que consta de dos ó mas cifras ó guarismos. v.g. 12, 10, 13, &.&.
P. Que es numero entero?
R. El que espresa la unidad ó unidades enteras.
P. Que es numero quebrado?
R. El que espresa unicamente algunas partes de la unidad.
P. Que es numero Fraccionario?
R. El que espresa [en forma de quebrado] la unidad ó unidades, y algunas partes de la unidad.
P. Hay numero de alguna otra especie ó nombre?
R. Si; pero las demas subdivisiones que se hacen de él, ó son innecesarias, ó las daré á conocer mas adelante llegado el caso.
P. Que operaciones puede hacer la aristmetica con los numeros?
R. Tres. Espresarlos, componerlos, y descomponerlos.
P. Que nombre tienen estas operaciones?

R. La de espresarlos se llama *numeracion* y las de componerlos y descomponerlos se llama *calculo*.

P. Quantas son las reglas fundamentales del calculo aristmetico?

R. Son dos: és á saber, *sumar, y restar*.

P. Con estas solas dos reglas puede el aristmetico resolver todas las cuestiones que se le presenten?

R. Si; pues que cuanto practica la Aristmetica ó es sumando, ó es restando.

P. Y las cuestiones siempre se presentan de un mismo modo?

R. Nó, y por eso es que se conocen varias reglas que, aunque todas ellas vienen á ser ó *sumar ó restar*, á primera vista parecen operaciones de distinta naturaleza.

P. Quantas son las reglas que nacen de las dos anteriores y que llamaremos *secundarias*?

R. Son seis: *Sumar, Restar, Multiplicar, Dividir, elevar à potencias ó Potestades, y estraer raizes.*

P. Que es sumar?

R. Juntar muchas cantidades semejantes ú homogeneas, en una.

P. Las cantidades que se han de sumar como se llaman?

R. *Sumandos.*

P. Y lo que resulta de la operacion como se llama?

R. *Adicion ó Suma.*

P. Usa la Aristmetica de algun signo particular para espresar que una cantidad se ha de sumar, con otra ú otras muchas?

R. Sí. Usa del siguiente + v.g. Si quiere sumarse 2 con 3 y con 4, se espresará la operacion asi: 2+3+4 y quiere decir *dós, mas tres, mas quatro* y asi se hará con otras cualesquiera cantidades.

P. Cuando la suma no se ha efectuado y solo se há representado segun queda dicho ¿como se llama?

R. *Adicion indicada.*

P. Que es restar?
R. Averiguar quanto queda quitada de una cantidad, otra homogenea, igual ó menor.
P. Por que se dice otra homogenea?
R. Por que si las dos cantidades no fuésen homogeneas ó semejantes no podrá hacerse la resta, asi como no puede hacerse la suma.
P. Por que se dice *igual ó menor*?
R. Por que de una cantidad no podria quitarse otra que fuese mayor; y por lo mismo la que se ha de quitar debe ser menor y cuando mas igüal.
P. Como se llama la cantidad de la cual se ha de quitar la otra?
R. Se llama *minuendo*.
P. Y la cantidad que se ha de quitar ¿como se llama?
R. *Substraendo.*
P. como se llama la operacion de quitar una cantidad de otra.
R. *Substraccion ó resta.*
P. Y lo que resulta de la substraccion ¿como se llama?
R. *Residuo ó diferencia.*
P. Hay algun signo para representar que de una cantidad se ha de quitar otra?
R. Sì y es el siguiente—que quiere decir *menos.*
P. Como se coloca este signo?
R. Colócase despues del *minuendo* y antes del *substrahendo.* Asi, si de 4 quiero quitar 3, escriviré 4—3; que quiere decir *quatro menos tres.*
P. Hay algun signo para denotar el *residuo ó diferencia*?
R. Si, y es el siguiente=, que quiere decir *igual.* v, g. Si quiero denotar el residuo que resulta de la substraccion de 4—3 escriviré de esta manera, 4—3 =1; que quiere decir *quatro menos tres igual á uno*; pero debe advertirse que este signo puede servir para indicar el resultado de todas las operaciones de la aristmetica.

P. Que es Multiplicar?
R. *Es tomar una cantidad tantas veces como unidades tiene otra.*
P. La primera cantidad ¿como se llama?
R. Llámase *multiplicando*
P. Y la segunda?
R. Llamase *Multiplicador.*
P. Esta operacion de multiplicar ¿como se llama?
R. *Multiplicacion.*
P. Lo que resulta de la Multiplicacion ¿como se llama?
R. *Producto.*
P. Cuantas especies, hay de productos?
R. Dos. *Producto parcial y producto total.*
P. Qual se llama *producto total?*
R. El que representa que el multiplicando está tomado tantas veces; cuantas unidades tiene el multiplicador.
P. Qual se llama producto parcial?
R. El que representa unicamente que el multiplicando está tomado algunas de las veces que espresáre las unidades del multiplicador.
P. El Multiplicando y Multiplicador¿ como se llaman por otro nombre?
R. Uno y otro, indistintamante se llaman *Factores del producto.*
P. Hay algun signo para indicar que una cantidad se ha de multiplicar por otra?
R. Si y es el siguiente ✕; que quiere decir *multiplicado por* v.g. Si quiero multiplicar 4 por 3, escriviré 4✕3 y quiere decir *quatro multiplicado por tres.*
P. En que caso pueden darse estos dos productos?
R. Quando el numero que se ha tomado para multiplicador es compuesto.

Teorema 1.

El producto es siempre de la misma especie que el Multiplicando.

Teorema 2.

El orden de los Factores no altera el producto.

P. Que es dividir?

R. *Averiguar quantas vezes contiene una cantidad á otra, ó averiguar quantas vezes una cantidad cabe en otra.*

P. La cantidad que contiene ó que se supone contener ¿como se llama?

R. Llámase *Dividendo.*

P. Y la cantidad contenida ¿como se llama?

R. Llámase *Divisor.*

P. Esta operacion de dividir ¿como se llama?

R. *Division.*

P. Lo que resulta de la Division; ó lo que es lo mismo el numero que representa cuantas vezes cabe el Divisor en el Dividendo ¿como se llama?

R. Llamase *Cociente.*

P. Hay algun signo para indicar que una cantidad debe dividirse por otra?

R. Si, y este consiste en una raya orizontal sobre ella se pone el dividendo y debajo el divisor de esta manera $\frac{6}{3}$ y se lee asi *seis dividido por tres.*

P. Para espresar el *Cociente* hay algun signo?

R. Para esto sirve el signo = que se pone en seguida de la *Division indicada* y á continuacion del signo = se escrive el *Cociente* de esta suerte $\frac{6}{3} = 2$ que se lee *seis dividido por tres igual dos.*

Teorema 1.

Por lo general el cociente representa la especie ó cosa; cuya averiguacion ó naturaleza es el obgeto de la cuestion ò pregunta que se hace.

Teorema 2.

Si permaneciendo uno mismo el divisor, se aumenta *el dividendo, el cociente nuevo será mayor.*

Teorema 3.

Si permanece uno mismo el dividendo el divisor se aumenta, el nuevo cociente resultará menor.

Corolarios.

1. Si se multiplica el divisor por el cociente, el producto será el dividendo.
2. El numero que multiplicado por el divisor, no da el dividendo, no puede ser el cociente.
3. El numero que multiplicado por el divisor, diere un producto mayor que el dividendo, es mayor que el que debe ser el cociente.

Reglas para la division.

Primera. No se puede poner de una vez en el cociente mas que 9.

2. Quando se baja un guarismo, y en el, junto con la resta, si la hay, no cabe el Divisor debe ponerse cero al cociente.
3. *Todo numero cabe en si mismo una vez; ó lo que es lo mismo, si tiene que dividirse un numero por si mismo, el cociente es la unidad.*
4. *Todo numero dividido por la unidad, da por cociente el mismo numero.*
5. El cero dividido por qualquiera numero siempre da cero al cociente.
6. Cuando el divisor tiene ceros se cortan en el todos ellos por medio de un parentesis y si el dividendo tuviese tambien igual ó mayor numero de ceros, se cortan en èl, por medio de otro parentesis, otros tantos, como se cortaron en el divisor: v.g. si me propongo dividir 2400 por 200 escriviré asi 24(00 | 2(00
7. Si solo el divisor tiene ceros se cortan en el todos ellos y en el dividendo tantas cifras á la derecha. Si me propongo dividir la cantidad 2436 por 200 escriviré asi 24(36 | 2(00

8. Si hecha la division, sobráse algo, como en el exemplo anterior el sobrante se escribe á continuacion del cociente, se tira una raya y bajo esta raya todo el divisor, así 2436 | 200

$$2436 \;\underline{|\,200\,}$$
$$12\,\frac{36}{200}$$

Escolio.

En estos dos ultimos casos la division se practicá entre el numero del dividendo que haya quedado á la mano izquierda del parentesis, y el que quedase á la mano izquierda del otro parentesis del divisor.

Usos de la division.

P. Quantos son los usos que se pueden hacer de la regla de dividir?

R. Cinco. 1. Cuando claramente se dice que se busque las veces que un numero está contenido en otro. 2. Cuando hay que repartir entre varias personas, ó cosas cierta cantidad. 3. Cuando se quiere dividir un numero en partes iguales; ó cuando se pide ó se quiere tomar la tercera, la cuarta parte, ó cualquierá otra de una cantidad determinada. 4. Cuando conocido el valor de muchas unidades se quiere averiguar el de una. 5. Quando se quiere reducir unidades de especie inferior ó de menos valor á unidades de especie superior ó de mas valor. La esplicacion verbal y los problemas que os haga resolver, ilustrarán la materia de la division cuanto es posible.

De los quebrados.

P. Supuesto que *quebrado es el numero que espresa unicamente algunas partes de la unidad* ¿como se representará cuantas partes tiene esa unidad y cuantas de esas partes se tomaron?

R. Para ello se usa de un numero que represente en cuantas partes se divida la unidad y de otro numero que represente cuantas de esas partes se han tomado; poniendo una raya entre los dos. Este ultimo se pone sobre la raya y el primero bajo esta; como si fuese una *division indicada* v.g. si supongo una naranja dividida en cuatro partes, y de estas tomo tres, descriviré una raya, sobre ella escriviré el 3 y debajo un 4; asi $\frac{3}{4}$.

P. El quebrado puede espresarse de otro modo?

R. Si. Hay quebrados que en el uso comun son representados como si fuesen numeros enteros; mas es necesario añadir alguna palabra, letra, ó señal que manifieste el valor de dicho quebrado. Nuestro peso fuerte se divide en ocho reales y si quiero representar que he tomado seis reales, escriviré asi 6 reales. Nuestra vara tiene tres pies y si de estos he tomado dos, lo espresaré de esta manera 2 Ps. Nuestro quintal tiene quatro arrobas y si de ellas he tomado tres, escriviré de este modo 3. arrobas. Asi es que se espresan otras muchas especies de quebrados como libras, pulgadas, onzas &c.&c.

P. Esta especie de quebrados que se considera como enteros ¿como se llaman?

R. Llamanse *partes, ó numeros denominados.*

P. Pueden representarse estos numeros denominados en la forma rigorosa de quebrados esplicada arriba?

R. Si y en tal caso el *denominado* 6. reales se escrive $\frac{6}{8}$ el denominado 2 pies se escrivirá $\frac{2}{3}$:el denominado tres arrobas se espresa $\frac{3}{4}$.

P. Como se llama el numero que representa en cuantas partes se supone dividida la unidad?

R. Llámase *denominador.*

P. Como se llama el numero que espresa cuantas partes de la unidad se tomaron?

R. Llámase *numerador.*

P. El numerador y denominador que otro nombre tienen?

R. Uno y otro se llaman *termino del quebrado.*

Teoremas.

2. *Si permanece uno mismo el numerador y se aumenta el denominador, el quebrado se hace menor.*
3. *Si permanece uno mismo el denominador y se aumenta el numerador, el quebrado se hace mayor.*
1. *Todo quebrado es una division indicada.*
4. *Un quebrado no varia de valor siempre que sus dos terminos se multipliquen ó dividan por un mismo numero.*

P. Quantas operaciones pueden practicarse con los quebrados?

R. Las mismas que con los enteros; es á saber *Sumar, Restar, Mutiplcar, Dividir, elevar á potencias, y estraer Raizes;* pero aun hay otras operaciones que auxsilian para practicar las antecedentes, y que pueden llamarse *preliminares y peculiares de los quebrados.*

P. Cuales son estas?

R. La *simplificacion y reducion à un comun denominador.*

P. Que es simplificacion?

R. Hacer menores ambos terminos del quebrado, v.g. el quebrado $\frac{4}{6}$ transformarlo en $\frac{2}{3}$

P. Como se efectúa esto?

R. Dividiendo ambos terminos por un mismo numero. En el quebrado $\frac{4}{6}$ divido el numerador 4 por 2 y el cociente 2 será el nuevo numerador: divido el denominador 6 tambien por 2 y resultará el nuevo denominador 3.

P. Con que obgeto se practica la simplificacion?

R. Con dos fines; el primero hacer mas perceptible el valor del quebrado, y segundo hacerlo menos embarazoso para las operaciones que pueden practicarse con el.

P. Hay algun otro metodo para practicar la simplificacion?

R. No; pero si para hallar el numero que debe servir de divisor de ambos terminos; de forma que haciendo la division por él no es posible hacer mas chicos los terminos del quebrado.

P. Como se llama este numero divisor de ambos terminos?

R. *Comun divisor.*

P. Cual es eso metodo para hallar el *comun divisor*.

R. Consiste en dividir el denominador del quebrado propuesto por su numerador. Si hecha esta division nada sobráre el numerador (que ha servido de divisor) será el *comun divisor*. Si practicada la division dicha, sobrare algo, se dividirá el numerador (que sirvió de divisor) por el sobrante: y si practicada esta division resulta un cociente cabal sin que sobre algo, este sobrante (que sirvió de divisor) será el comun divisor. Si sobráre alguna cosa, se dividirá por este sobrante el que sirvió de divisor en la operacion anterior y asi progresivamente. v.g. Si se me propone simplificar él quebrado $\frac{3}{9}$, dividiré el denominador 9 por el numerador 3 y porque resulta el cociente 3 y nada sobra digo que el numerador 3 (que sirvió de divisor) es el *comun divisor*. En efecto, si divido el numerador 3 (del quebrado propuesto) por el mismo 3 y que llamo *comun divisor*, tendre el nuevo numerador 1. por que $\frac{3}{3} = 1$. Si divido el denominador 9 (del mismo quebrado) por el comun divisor 3 resultará el nuevo denominador 3, por que $\frac{9}{3} = 3$, y asi es que el nuevo quebrado será $\frac{1}{3}$. Ultimamente si me propongo simplificar el quebrado $\frac{12}{16}$ dividiré el denominador 16 por el numerador 12 y resultará el cociente 1 y sobran 4: divido el numerador 12 (que sirvió de divisor en la operacion anterior) por el sobrante 4 y resultará al cociente 3 y ningun sobrante. De aqui deduzgo que este 4 que sirvió de divisor, es el comun divisor y en efecto, si divido el numerador 12 por 4 tendré el nuevo numerador 3 y si divido el denominador 16, por el mismo 4 hallado, resultará el nuevo denominador 4 y por lo mismo el nuevo quebrado sera $\frac{3}{4}$.

P. Que es reducir los quebrados á un *comun denominador*?

R. Es hacer que los quebrados tengan un mismo denominador, ó se hagan semejantes.

P. Que operacion se practica para conseguirlo?

R. Si fueren dos los quebrados se multiplica el numerador, y denominador de cada uno de ellos por el denominador del otro; con lo cual resultarán dos nuevos quebrados del mismo valor de los propuestos. v.g. de los quebrados $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ multiplicaré el numerador del primer quebrado por 4 denominador del segundo y resultará el producto 4, por que $1 \times 4 = 4$: multiplicarè el denominador 2 del primer quebrado por el denominador 4 del segundo y resultara un nuevo denominador 8 por que $2 \times 4 = 8$ y por lo mismo tendremos el nuevo quebrado $\frac{4}{8}$: multiplicaré el numerador 3 del segundo quebrado por el denominador 2 del primer quebrado y resultará el nuevo numerador 6 por que $3 \times 2 = 6$: multiplicarè el denominador 4 del segundo quebrado por el denominador 2 del primero y resultará el nuevo denominador 8 por que $4 \times 2 = 8$. Asi es que los dos quebrados propuestos se transformarán en $\frac{4}{8}$ y $\frac{6}{8}$ ..

Si los quebrados fueren 3 ó mas se multiplicará el numerador de cada uno por los denominadores de los demas quebrados y de este modo se tendrán todos los nuevos numeradores. El denominador comun resultará multiplicando todos los denominadores entre si. v.g. Si me proponen los quebrados $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$. Multipliquese el numerador 1 del primer quebrado por 3 denominador del segundo, y este producto 3 lo multiplicarè por 4 denominador del tercero, y resultará 12 nuevo numerador del primer quebrado por que $1 \times 3 = 3$ y este $3 \times 4 = 12$. Multiplicaré el numerador 2 del segundo quebrado por el denominador 2 del primero y el producto 4 lo multiplicaré por 4 denominador del tercer quebrado, y resultará 16 nuevo numerador del segundo quebrado por que $2 \times 2 = 4$ y este producto $4 \times 4 = 16$: multipliquese el numerador 3 del tercer quebrado por 2 denominador del primero y el producto 6 lo multiplicaré por el denominador 3 del segundo quebrado y resultará 18 nuevo numerador del tercer quebrado; por que $3 \times 2 = 6$ y este producto $6 \times 3 = 18$; de forma que tendremos los tres nuevos numeradores 12, 16 y 18. Para formar el denominador comun multipliquese el denominador 2 del primer quebrado por el denominador 3 del segundo y el producto 6 lo multipilcaré por 4 denominador del tercer quebrado y tendrémos 24 *denominador comun* de los nuevos quebrados; por que $2 \times 3 = 6$ y este $6 \times 4 = 24$. Asi es que los quebrados propuestos $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ quedarán transformados en $\frac{12}{24}$, $\frac{16}{24}$, y $\frac{18}{24}$.

P. Puedense sumar ó restar los quebrados sin necesidad de reducirlos á un comun denominador?

R. Si los quebrados que se han de sumar son de una misma especie no hay necesidad de la reducion; pero si fuèsen de distinta especie, es indispensable para practicar la adicion ó substraccion.

P. Para la multiplicacion y division se debe tener la misma consideracion?

R. No; por que los quebrados aunque sean de distinta especie pueden multiplicarse ó dividirse.

Adicion.

P. Como se practica esta operacion?

R. Escrivense todos los numeradores unos bajo de otros; observando en esto las reglas dadas para la adicion de los enteros; es decir, escriviendo las unidades bajo las unidades, las decenas bajo las decenas &. Ultimamente á la suma de todos los numeradores se le pone una raya, y bajo esta se escrive el denominador comun; pues, ya se ha dicho, que si los *sumandos* no le tienen deben reducirse.

Substraccion.

P. Como se ejecuta esta operacion?

R. *Escribese el substraendo* bajo el *minuendo* y procediendo segun las reglas de los enteros, se hallara el *residuo* al que se tira una raya por debajo, colocando bajo esta el denominador comun al substraendo y minuendo. v.g. se ha de restar de $\frac{12}{16}$, $\frac{9}{16}$, coloquese bajo el numerador 12 el numerador 9: hagase la substraccion, y se hallará el residuo 3: tirese bajo este residuo una raya y bajo esta escrivase el denominador comun 16. En tal caso será el *quebrado residuo* $\frac{3}{16}$.

Multiplicacion.

P. Como se practica esta operacion?

R. Multipliquese el numerador *del quebrado multiplicando* por el *numerador del quebrado multiplicador* y bajo el producto tirese una raya: *multipliquese el denominador del quebrado multiplicando por el denominador del quebrado multiplicador* y escrivase este producto bajo la raya del anterior producto y se tendrá *el quebrado producto;* ó lo que es lo mismo, el producto de la multiplicacion de los quebrados propuestos. Ejemplo: se ha de multiplicar $\frac{2}{3}$ por $\frac{3}{4}$ multipliquense el numerador 2 por el numerador 3 y resultará el producto 6: multipliquese el denominador 3 por el denominador 4 y resultará 12; y por lo mismo tendremos el nuevo quebrado $\frac{6}{12}$.

Division.

P. Como se practica esta operacion?

R. Multipliquese el numerador del *quebrado dividendo* por el denominador del *quebrado divisor* y escrivase bajo este producto una raya: multipliquese el denominador del *quebrado dividendo* por el numerador del *quebrado divisor* y escrivase este producto bajo la raya que lleva el anterior y se tendrá un nuevo *quebrado cociente.* Ejemplo, hase de dividir el quebrado $\frac{4}{6}$ por $\frac{1}{2}$: multipliquese el numerador 4 por el denominador 2 y al producto 8 tirese una raya debajo, asi $\frac{8}{\quad}$: multipliquese el denominador 6 del *quebrado dividendo* por el numerador 1 del *quebrado divisor* y se tendrá el producto 6 que se escrivirá bajo la raya del anterior: asi tendremos un nuevo *quebrado cociente* $\frac{8}{6}$; ó lo que es lo mismo el cociente de la division de los quebrados propuestos.

Apendice.

Observacion 1.: multiplicado $\frac{1}{2}$ por $\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$, ó lo que es lo mismo que el producto de estos quebrados $\frac{1}{2}$ por $\frac{1}{2}$ es menor que cada uno de estos; lo que podrá parecer ageno de la operacion del multiplicar. Para desembarazarse de esta dificultad basta reflexsionar que multipilcar es *tomar tantas veces el multiplicando quantas indica el* multiplicador y no aumentar, como algunos creerian. Ahora, pues, si el multiplicando es $\frac{1}{2}$ y el multiplicador $\frac{1}{2}$ pide que se tome el multiplicando media vez; claro está que el producto debe ser un cuartillo.

P. Si los quebrados vienen con enteros ¿como se practicarán las operaciones de sumar, restar &.

R. Por lo que respecta á la *adicion* sumense primero los quebrados y si de la suma resultáren algunos enteros llevense estos para juntarlos con los demas enteros; cuyas partidas se escrivirán y sumarán segun el metodo dado ya. En la substraccion, hagase 1. y por separado la de los quebrados; en la inteligencia de que si el *quebrado minuendo* fuése menór que el *substraendo* se le hará mayor tomando una unidad de los enteros y reduciendola al numero de partes que indica el denominador del quebrado. Hecha la resta de los quebrados se procederá á practicar la resta de los enteros y al residuo de estos, se añadirá el residuo de los quebrados; escriviendolos hacia la derecha. Para practicar la multiplicacion y division, es indispensable reducir los enteros á la especie de quebrados con quien vienen. Para efectuar esto se multiplicarán los enteros por el denominador del quebrado con quien vienen y al producto se añadirá el numerador del mismo quebrado. Reducidos yá á quebrados; tanto el multiplicando como el multiplicador se obrará como se tiene dicho en la multiplicacion de los quebrados. Exemplo. Se quiere multiplicar cuatro enteros y medio por tres enteros cinco sestos; ó lo que es lo mismo $4\frac{1}{2} \times 3\frac{5}{6}$, reduciré primero los enteros del multiplicando á medios que es el quebrado con quien bienen y para lograrlo multiplicarè los cuatro enteros por el denominador 2 del quebrado $\frac{1}{2}$ y resultará el producto 8 al cual añadiré el numerador 1 del mismo quebrado $\frac{1}{2}$ y con esto tendré 9 que será numerador del nuevo *fraccionario* y se escrivirá asi $\frac{9}{\ }$: á este 9, pondré, bajo su raya el denominador 2 y resultará el nuevo fraccionario $\frac{9}{2}$. En seguida multiplicaré los 3 enteros del multiplicando por el denominador 6 del quebrado $\frac{5}{6}$ con el cual vienen los enteros y resultará 18 al que añadiendo 5 numerador del mismo quebrado $\frac{5}{6}$ resultará 23 que será numerador del *Fraccionario* que tratamos de formar y que se escrivirá así $\frac{23}{\ }$: bajo la raya de este numerador escriviré el 6 denominador del quebrado $\frac{5}{6}$ y obrando asi resultaran los fraccionarios $\frac{9}{2} \times \frac{23}{6}$ y para efectuar la multiplicacion pedida arriba se multiplicará el numerador 9 por el numerador 23 y resultará el nuevo numerador 207 que se escrivirá así $\frac{207}{\ }$: en seguida se multiplicará el denominador 2 por el denominador 6 y se tendrá el nuevo denominador 12 que se escrivirá bajo el nuevo numerador y de esto resultará el *Fraccionario producto* $\frac{207}{12}$.

Para dividirlos se multiplicará el numerador del *Fraccionario dividendo* por el denominador del *Fraccionario divisor* y el producto será el numerador del *quebrado ó Fraccionario Cociente:* se multiplicará el denominador del *Fraccionario dividendo* por el numerador del *Fraccionario divisor* y este producto será el denominador del *quebrado ó Fraccionario Cociente*. Exemplo. Si quiero dividir quatro enteros y medio por dos enteros tres cuartos; ó lo que es lo mismo $4\frac{1}{2}$ por $2\frac{3}{4}$ obraré de esta manera. Reduciré (por las reglas dadas) todo el dividendo al *Fraccionario* $\frac{9}{2}$ y todo el divisor al fraccionario $\frac{11}{4}$: multiplicaré el numerador 9 por el denominador 4 y el producto 36 lo escriviré así $\frac{36}{}$: multiplicarè el denominador 2 por el numerador 11 y el producto 22 lo escriviré bajo la raya del antecedente con lo que resultará el *Fraccionario cociente* $\frac{36}{22}$ y así es que $\frac{4\frac{1}{2}}{2\frac{3}{4}}$ $=\frac{36}{22}$.

Observacion 2.

Segun la definicion del numero *Fraccionario*, este puede contener un entero ó enteros y algunas partes de la unidad. Será, en tal caso conveniente, y aun necesario, averigũar cuantos enteros contiene el *Fraccionario* y para logralo se dividira el numerador del fraccionario por el denominador del mismo y el cociente será el numero de enteros que contiene el fraccionario. Si algo sobrare, se pondrá á este sobrante (que se considera como numerador) el denominador del fraccionario. Exemplo. Si quiero saber cuantos enteros contiene el fraccionario $\frac{8}{4}$ dividirè el numerador 8 por el denominador 4 y el cociente 2 será el numero de enteros que exâctamente contiene el antedicho fraccionario. Si quiero saber cuantos enteros tiene el fraccionario $\frac{6}{4}$, dividiré el numerador 6 por el denominador 4 y el cociente entero 1 será el numero de enteros que tiene el fraccionario $\frac{6}{4}$ y por que á mas del cociente entero 1 sobran 2 escriviré bajo este 2 el denominador 4 y resultará $1\frac{2}{4}$; de suerte que $\frac{6}{4}=1\frac{2}{4}$

Observacion 3.

Frecuentemente se decea saber cuanto valdrá un quebrado propuesto, en *partes denominadas* menores de la misma unidad á quien pertenece el quebrado propuesto. Para lograrlo se multiplicará el numerador del quebrado propuesto por el numero de *partes denominadas* en que se supone dividida la unidad y el producto se divide por el denominador del quebrado propuesto. Exemplo. Si quiero saber cuantas arrobas vale $\frac{3}{4}$ de quintales reflexsionaré que el quintal tiene 4 arrobas; ó lo que es lo mismo cuatro *partes denominadas*. Esto supuesto multiplicaré el numerador 3 del quebrado propuesto por 4 (*partes denominadas* que tiene el quintal) y el producto 12 lo dividirè por 4 denominador del quebrado propuesto y el cociente 3 representará que el quebrado $\frac{3}{4}$

do quintal vale 3 arrobas.

Algunas veces sobra algo y entonces al sobrante se le pone por debajo el denominador del quebrado propuesto. Exemplo. Si quisiera saber cuantas arrobas contienen $\frac{3}{5}$ de quintal. Multiplicaré el numerador 3 por 4 que es el numero de arrobas ó de *partes denominadas* que contiene el quintal, y en tal caso, el producto 12 lo dividiré por el denominador 5, con lo que tendrè al cociente 2 enteros y el sobrante 2. Este sobrante 2 le escriviré como numerador y le pondré el denominador 5 de suerte que el quebrado $\frac{3}{5}$ de quintal $=2$ arrobas $\frac{2}{5}$ de arrobas. Si quisiere saber cuantas libras valen estos $\frac{2}{5}$ de arroba, reflexionaria que cada arroba contiene 25 libras ó *partes denominadas* y por esto multiplicaré 25 por 2 y el producto 50 lo dividiré por el denominador 5 y el cociente 10 manifestará que $\frac{2}{5}$ de arrobas $=10$ libras obrando de este modo en todos los casos semejantes tendrémos resultados exâtos. Exemplo: si quiero saber cuantos reales valen $\frac{3}{4}$ de nuestro peso fuerte reflexionaré que el peso tiene 8 reales y por lo mismo multiplicaré el numerador 3 por 8: el producto 24 lo dividiré por el denominador 4 y el cociente 6 hará ver que $\frac{3}{4}$ de peso $=6$ Reales.

Teoria de las decimales.

Llamanse asi las *fracciones ó quebrados* que tienen por denominador la unidad acompañada de uno, dos, tres, ó mas ceros; es decir que la unidad del denominador se halla multiplicada por diez, segun el sistema de la numeracion; y por esto es que se les ha llamado *decimales.*

P. Y se les escrive su numerador correspondiente?

R. No y esta es una de las razones por que facilitan incomparablemente los calculos las decimales; siendo otra razon el que por medio de ellas se sigue puntualmente el sistema de numeracion progresando siempre de diez en diez.

P. Como se hace, pues, para espresar y conocer estas decimales?

R. El lugar de los enteros (si no huviere estos) se le nota por medio de un cero y en uno y otro caso se escrive una coma al lado derecho en seguida del lugar de las unidades enteras y despues de esta coma se escrive el guarismo ó guarismos decimales. Exemplo he de escrivir seis enteros cinco decimas se hará así 6, 5: he de escrivir ningun entero veinte y cinco centesimas, operaré de este modo 0,25.

Escolio.

Salta á los ojos que, siendo las decimales unos verdaderos quebrados, jamás podrá ser que el numerador de la decimal sea igüal al denominador y por esto no se podrá decir *diez decimas.* De aqui resulta que en el primer exemplo se debe suponer el denominador diez y leer, *cinco decimas:* por lo mismo, en el segundo exemplo, se debe suponer el denominador ciento y leer *beinte y cinco centecimas.* En general, *se deben suponer tantos ceros en el denominador, cuantas cifras decimales hay escritas despues de la coma* y asi esta cantidad 0,05 se lee *cinco centecimas* por que despues de la coma hay dos cifras decimales que son el cero y el cinco, y por consiguiente el denominador se supone que es la unidad acompañada de dos ceros; ó lo que es lo mismo que el denominador es cierto.

P. Pues que el cero sirve en los decimales para aumentar ó disminuir el valor de un numero cuando antes de este se halla escrito?

R. Si y el exemplo anterior lo evidencia; pues que si despúes de la coma solo hallamos escrito el cinco deberìamos leer *cinco decimas* y nunca podríamos escrivir, ni leer *cinco centesimas*; si no supliesemos con el cero (puesto á la izquierda del cinco) el otro cero que hemos dicho debe tener el denominador decimal; siguiendo la regla de que la unidad ha de tener tantos ceros, como cifras decimales hay despues de la coma. Tampoco nos servirá el cero escrito á la mano derecha del cinco; por que entonces se leeria *cincuenta centesimas* y no *cinco centesimas*, que es lo que necesitamos. Asi, pues, siempre que queremos escrivir alguna cantidad decimal pondremos al lado izquierdo de la *cifra significativa* los ceros necesarios para que halla tantos guarìsmos decimales, como ceros deba tener el *denominador decimal*.

P. En que razon disminuyen ó aumentan su valor las decimales?

R. Ya se ha indicado que en *razon decupla* y asi es que basta añadir un cero á la derecha de la cifra decimal para aumentar su valor 10 vecés mas. Exemplo. Si á la cantidad 0, 5 decimos agrego un cero á la derecha del guarismo cinco, resultará; no ya *cinco decimas* como era; sino *cincuenta centesimas*. Si en vez de escrivir el cero á la derecha lo pusiere á la izquierda asi 0, 05 ya no valdrá *cinco decimas*, sino *cinco centésimas*; que es decir diez veces menos; por que dividiendo cada decima en cien partes y tomando de ellas cinco, tendré *cinco centecimas* que valen tanto, como las cinco decimas de un entero. En general la *coma es la que designa y altera el valor de una cantidad cualquiera decimal*. Tengase muy presente esta regla por que, si en la cantidad 1, 08, borro la coma del lugar en que está y la coloco entre el cero y el ocho; asì 10, 8; ya no diré, como antes *un entero ocho centesimas*; sino *diez enteros, ocho decimas*. Si por el contrario atraso la coma y la coloco antes del uno asì 0, 108; ya no leeré *un entero ocho centesimas;* sino *ningun entero, ciento ocho milesimas.* Bien claramente se percibe que la mudanza de la coma aumentó diez veces el valor de la cantidad propuesta y que la disminuyó tambien diez veces en el segundo caso.

Adicion.

Para practicar esta operacion nada otra cosa se necesita que escribir una cantidad bajo la otra; colocando exâctamente los enteros bajo los enteros y las decimales bajo las decimales; desuerte que las comas que separan los enteros de las decimales formen una sola linea de alto abajo y se tirará una linea bajo todos los *sumandos*, como se previene en la adicion de enteros. Hecho esto se comenzará á sumar por la derecha observando exsactamente todas las reglas dadas para la Adicion de los enteros sin hacer caso de las comas. Al resultado de la operacion se pondrá una coma que forme una sola linea con las comas de los *sumandos* y es concluido cuanto hay que decir sobre esta operacion. Exemplo. Se han de sumar 9,25 con 0,10 y 2,12, se obrará conforme á la sigüiente figura.

$$\begin{array}{r} 9,25 \\ 0,10 \\ 2,12 \\ \hline 11,47 \end{array}$$

Comenzarè por la derecha diciendo 5+2=7 el cual escrivo en el lugar de las unidades: paso á la columna de decenas y digo 2+1+1=4; escrivo el 4 en el lugar de las decenas: paso á la columna de las centenas y digo 9+2 = 11; escrívo un uno y llevo uno que escrivo, tambien en la columna siguiente: hecho esto observo la linea de comas de los *sumandos* y, siguiendola pongo una coma despues del segundo guarismo comenzando de la derecha para la izquierda y asi es que la Adicion de los sumandos propuestos importa *once enteros cuarenta y siete centecimos.*

Podrá ser que alguno de los sumandos no tenga igüal numero de cifras decimales. Esto no importa; porque todo estará remediado con suplir con ceros las cifras decimales que falten. Supongamos que en el exemplo anterior se nos huviéra dicho que el segundo sumando era *ningun entero, una decima.* Es sensible que en este caso el segundo sumando no tendria tantas cifras decimales como los otros dos; pero no importa. Llenese con un cero el lugar correspondiente á las unidades 5 y 2 de los otros dos sumandos y entonces estará todo allanado; sin que se haya alterado el valor del segundo sumando, porque, en efecto, tanto vale la decima parte de un entero, como diez centesimas partes del mismo entero.

Substraccion.

Esta operacion sigue, en un todo, lás reglas establecidas para la de los enteros con las advertencias espresas yá en la operacion anterior. Asì, si se me pide que de 9,25 reste 8,76. Se obrará como en la siguiente figura.

$$\begin{array}{r} 9{,}25 \\ 8{,}76 \\ \hline 0{,}49 \end{array}$$

Es decir escriviré el *minuendo* 9,25: bajo este el *substrendo* 8,76; colocando exâctamente unas bajo otras las comas, unidades, decenas &&: tirese una raya bajo el substraendo y comenzaré la operacion diciendo 15 — 6 = 9 que escrivirè en el lugar de las unidades; comenzando de la mano derecha para la izquierda: paso á la siguiente colonna y por que el 2 quedó en 1, dirè 11 — 7 = 4, el cual escrivo bajo la colunna de las decenas: paso á la tercera colunna y porque el minuendo 9 quedó en 8 diré 8 — 8 = 0, el cual escrivo bajo la raya en su respectiva colunna: despues, observando la linea de comas del minuendo y substraendo, escriviré una coma despues del segundo guarismo 4; comenzando de la derecha para la izquierda y asi es que la *diferencia ó residuo* será *ningun entero cuarenta y nueve centesimas.*

Multiplicacion.

En esta operacion observense todas las reglas dadas para la de los enteros; pues las cantidades decimales se consideran como tales y solo se tendrá cuidado de cortar en el producto (comenzando de la derecha para la izquierda) tantas cifras como guarismos decimales hay en el multiplicando y multiplicador. Exemplo. Se ha de multiplicar 2,34 por 3,4; obraré como en la figura siguiente.

$$\begin{array}{r} 2{,}3\,4 \\ 3{,}4 \\ \hline 9\,3\,6 \\ 7\,0\,2 \\ \hline 7{,}9\,5\,6 \end{array}$$

Porque el multiplicando tiene dos guarísmos decimales y el multiplicadór uno, cortaré tres cifras, en el producto; yendo de la derecha para la izquierda, y diré que el tal producto importa *siete enteros novecientas cincuenta y seis milésimas.*

Division.

Procedase como en la de los enteros, con la advertencia de que en el cociente *se han de cortar tantas cifras á la derecha, cuantos guarìsmos decimales haya en el dividendo, menos los que tenga el divisor;* y con esto es concluido cuanto hay que decir en este particular. Exemplo. Se ha de dividir 7,955 por 3,4.

$$\begin{array}{l|l} 7{,}955 & 3{,}4 \\ \cline{2-2} 1\,15 & 2{,}33 \\ 0\,135 & \\ 033 & \end{array}$$

Como observo que el dividendo tiene tres guarismos decimales y el divisor uno infiero que debo cortar dos cifras en el cociente; yendo de la derecha para la izquierda, y dirè que el tal cociente importa dos enteros, treinta y tres centesimas.

Apendice.

Con las fracciones decimales se obra del mismo modo que con las comunes cuando se decea saber cuanto es su valor en *partes denominadas* ó cualesquiera otras en que se suponga dividida la unidád y lo mismo debe decirse en cuanto á los usos. Exemplo. Si se pidiere cuantas pulgadas valen 0,75 de vara (supuesto que la vara tiene 36 pulgadas) multiplicaré este numero por las 0,75 centesimas y al producto 2700 cortaré dos cifras á la derecha porque hay en uno de los factores dos guarìrmos decimales, y resultará que las setenta y cinco centesimas importan veinte y siete pulgadas.

Tengase presenté que se llaman *decimas, centési mas, y milésimas &c.* las fracciones decimales que tienen por denominador 10,100,1000 &.&.

De las Potestades ó Potencias.

P. Que se llama potestad ó Potencia?

R. Llámase asi el producto de un numero multiplicado por sì mismo cierto numero de vezes.

P. Y un numero cualquiera que no se ha multiplicado por si mismo, ni una sola vez, tiene alguna potestad?

R. En rigor de la definicion no debería tener alguna, pero es ya un principio que *todo numero cualquiera que sea, se halla ò tiene su primera potestad.*

P. Cuantas potestades hay ó puede tener un numero?

R. Cuantas quiera el calculador; pues que esto depende del numero de vezes que quiera multiplicar el numero por él mismo.

P. Y las mas usuales ¿cuantas son?

R. *La segunda, la tercera y tal vez la quarta potestad.*

P. Para hallar la segunda potestad de 3 por Exemplo ¿como se hará?

R. Multiplicaré 3 por 3 y el producto 9 es su *segunda* *potestad* llamada comummente *Cuadrado*. Para hallar la tercera potestad del mismo se multiplicará la segunda potestad ó el *cuadrado* 9 por el mismo 3. y resultará el producto 27 que comunmente se llama *Cubo*. Para hallar la cuarta potestad, se multiplicará este *cubo* por el mismo 3 y el producto será la potestad pedida. En general, se hallará cualquiera potestad de un numero *multiplicandolo de seguida tantas vezes, cuantas indicáre el numero de la potestad misma, menos una vez.*

P. Y el numero que se multiplica por si mismo para elevarlo á la potestad que se desea ¿como se llama?

R. *Raiz de la potestad indicada.* Asi que el numero que se elevó á la segunda potestad ó *cuadrado* se llama *raiz segunda ó raiz cuadrada:* el numero que se elevó á la *tercera potestad ó cubo* se llama *raiz tercera ò raiz cubica* y las demas se llamarán *raiz cuarta, raiz quinta &c.&c.*

P. Que regla hay para conocer el numero que produjo un cuadrado; ó lo que es lo mismo, para *estraèr la raiz cuadrada?*

R. Para estraer la raiz cuadrada se obrará del modo siguiente. 1. Al cuadrado propuesto se cortarán porciones de dos cifras (que llamarémos secciones) por medio de una coma y procediendo de la derecha acia la izquierda. 2. De la ultima seccion de mano izquierda (aunque conste de una sola cifra) se estraerá la raiz cuadrada correspondiete [c]. 3. Esta raiz hallada se escrivirá entre un angulo recto, como el que se usa para la division. 4. Esta raiz hallada se cuadra y el cuadrado se resta de la misma seccion de que se estrajo. 5. Al lado del sobrante(si lo huviére) se baja la siguiente seccion en la que se corta una cifra acia la derecha por medio de una coma. 6. La misma raiz hallada se dobla y el duplo se escrive colocando sus unidades bajo la primera cifra del dividendo parcial (que asi llamarémos á la cantidad ó cifras que quedan despues de la coma dicha acia la izquierda). 7. El dividendo (de que acabo de hablar) se dividirá, en efecto, por el duplo de la raiz y el cociente se escrivirá á continuacion de la raiz del angulo recto y se escrivirá tambien bajo la cifra cortada á la derecha por la coma. 8. El cociente hallado se multiplicará por toda la cantidad que compone el divisor y el mismo cociente escrito en seguida de él. 9. El producto que vaya resultando se irá restando de la cantidad que componga el dividendo junto con la cifra cortada que le sigue. 10. Concluida esta operacion se bajará otra seccion (que será la que siga en orden) y se escrivirá á la derecha del sobrante si hubiére habido alguno; se cortará, como en la operacion anterior, una cifra hacia la derecha; se doblará toda la raiz hallada y se escrivirá despues de la coma siguiendo á mano izquierda; se dividirá el dividendo por este divisor, se añadirá á la raiz este nuevo cociente, el que se escrivirá tambien bajo la cifra cortada del dividendo. 11. Hecho esto se multiplicará el cociente ó nueva raiz hallado por todo el divisor aumentado (como se ha dicho) del mismo cociente y el producto se irá restando del dividendo segun se enseña en la regla comun de dividir.

P. Que regla hay para estraer la raiz cubica?

R. Esta operacion es mas dificil que la anterior y por lo mismo exige mas atencion y paciencia. Yo os la procuraré facilitar conduciendoos por un camino menos pesado que el que enseña Bails y algunos otros. Atendedme.

Escrivase la cantidad cuya raiz cubica se intenta estraèr: cortease secciones de tres en tres guarismos de derecha á izquierda: estraigase la raiz cubica de la ultima seccion; yendo siempre de derecha á izquierda. Escrivase esta raiz hallada entre el angulo recto (prevenido para la raiz cuadrada): cubiquese la raiz hallada--; pero hablemos con un exemplo para hacer mas sensible la doctrina. Sea, pues, 262, 144 el numero; cuya raiz cubica queremos buscar. Segun lo dicho tendrémos dos secciones y de la ul tima que es 262 estraerèmos la raiz cubica que será 6, y que se escrivirá dentro el angulo recto: cubiquese este 6 y el producto, ó cubo 216 se resta de la dicha seccion 262 con lo que tendrémos un sobrante 46; á cuyo lado se baja la siguiente seccion 144; de suerte que quedará la cantidad 46 144, que llamarémos *dividendo* (asi como en la operacion de la raiz cuadrada): sepárese (por medio de una coma) las dos primeras cifras de la derecha en este dividendo: quadrese la raiz, hallada poco ha: tripliquese y escrivase el producto 108 bajo la porcion del dividendo que queda á mano izquierda de la coma y que en nuestro caso, es, la 461: dividase esta porcion por aquel triplo y dará el cociente 4 que se escrive en seguida de la raiz anterior; yendo de la izquierda para la derecha.

Para exsaminar si está ó nó buena la operacion y saber si hay algun sobrante, quadrese la raiz hallada nuevamente que es el 4 y el primer guarismo 6, de su cuadrado 16, escrivase bajo el primer 4 (del 44 que se cortaron en el dividendo con la coma): multipliquese el cociente ó nueva raiz 4 por el 6 que es la anterior raiz hallada: el producto 24 escrivase por separado y entonces se comenzará á multiplicar por 3 diciendo $3 \times 4 = 12 + 1$ (que llevaba de 16 anterior) $= 13$: escrivo el 3 bajo la segunda cifra (de las dos cortadas en el dividendo á mano derecha) que es el 4 y llevo 1. Continúo multiplicando el 24 y digo $3 \times 2 = 6 + 1$ (que llevava de 13) $= 7 + 8$ (del 108 que sirvió de divisor) $= 15$: escrivo el 5 bajo el citado 8 y llevo uno que escrivo bajo el cero siguiente, por no haver havido con quien juntarlo, y por ultimo bajaré el 1 (del 108) y le escrivirè á la izquierda en seguida del uno anterior; de suerte que por este medio habré formado la nueva cantidad 11,536. Para concluir la operacion multiplicarè toda esta cantidad por el 4 (nueva rais hallada) y por que al restar el producto del dividendo parcial 46,144 nada sobra diré que 64 es exâctamente la raiz cubica de la cantidad propuesta 262,144.

Apendice.

Muchas veces despues de haber bajado todas las secciones; de que consta el numero cuya raiz cuadrada ó cubica se intenta estraér, y despues de haber obrado segun queda declarado (dando al cociente el numero que corresponde) resulta aun un sobrante. Estos son los numeros que se llaman *sordos* por que no dan una raiz exâta ó cabal de enteros. Puédese, no obstante, aproxîmar la raiz, por medio de las decimales, hasta el grado que quiera el calculador, ó tal vez hasta un grado exâcto de enteros y *fracciones decimales.* La operacion se llama *aproxsimar la raiz.* Vamos á declarar el meto do.

Aproxsimacion de la raiz cuadrada.

Supongamos que se nos pide la raiz cuadrada de 149. En tal caso comenzaré (de la derecha para la izquierda) cortando las dos cifras 49: extraerè la raiz cuadrada de la seccion ultima que es el uno y por que la raiz cuadrada de uno igual á uno, escriviré este uno entre el angulo recto: cuadraré esta raiz hallada y restarè su cuadrado (que es 1) de la ultima seccion y por que 1—1=0, escrivirè este cero bajo el uno de la ultima seccion: bajarè en seguida la seccion 49, la escrivirè al lado y en seguida del sobrante y en ella cortaré á la derecha la cifra 9: doblaré la raiz hallada 1 y el duplo 2 lo escriviré bajo el 4 que está despues de la coma: dividiré este 4 por el 2 y el cociente 2 lo escriviré entre el angulo recto y en seguida de la raiz anterior [que es 1] y lo escriviré tambien bajo la cifra cortada [que es el 9]: ultimamente multiplicaré la raiz 2 del angulo recto por el 22 que aparece bajo la seccion bajada. Todo se vè en la figura.

```
149|12
01,9
 22
```

De esta multiplicacion y substraccion resultará el sobrante 5; como será facil averigüarlo efectuandolas y se manifiesta en la figura siguiente·

```
149|12
04,9
 22
 05
```

Dirè, pues, que este numero 149 es *sordo* por que no ha dado una raiz caval en enteros y para aproximarla escriviré; á la derecha del 5 sobrante, dos ceros: cortaré un cero á la derecha: doblaré la raiz hallada 12 y el duplo 24 lo escriviré bajo las cifras 50 que están despues de la coma: dividirè este 50 por el dicho duplo y el cociente 2 lo escrivirè entre el angulo recto, y en seguida de la raiz hallada 12; pero teniendo cuidado de escrivir una coma á la derecha de este numero 12 para denotar que los guarismos que se sigan escriviendo son *fracciones decimales:* escriviré este nuevo 2 bajo el cero cortado á la derecha: multiplicarè el 2 [que acabo de escrivir] entre el angulo recto por la cantidad 242 que aparece escrita bajo la 500 y el producto la restaré de esta ultima; de lo que resultará el sobrante 16 como se advierte en la figura siguiente.

1,4 9 | 12,2
0 4,9
2 2
0 5,00
2 42
0 16

De esta manera diré que la raiz cuadrada del *sordo* 149 es 12 enteros y 2 decimas con diferencia de menos de una decima. Si aun quisiere aproxîmarla hasta los centesimos, escriviría 2 ceros al lado del sobrante 16: cortaria un cero á la derecha: doblaría toda la raiz hallada 122: escribiria este duplo bajo las cifras 160 que están despues de la coma y en todo lo demas operaría conforme va espuesto. Si al cabo de esta operacion sobráre algo y quisière aproxsimar la raiz hasta las milésimas, escriviría dos ceros al lado del sobrante y operaría segun vá dicho. En una palabra, cuantas vezes quiera aproxsimarla escriviré al lado del sobrante dos ceros por cada vez.

Aproxsimacion de la raiz cubica.

Esta difiére de la anterior en que, por cada vez que se quiera aproxsimar mas, se escrivirán tres ceros y se obrará absolutamente conforme se tiene dicho para la estraccion de la raiz cubica de los numeros *exsactos*, ó no *sordos*.

P. Hay algun signo para indicar que se toma ó debe tomar la raiz de un numero ó cantidad?

R. Si. La algebra le ha subministrado y es el siguiente $\sqrt{\ }$ Si entre este signo se pone un 2 quiere decir que se tome la raiz cuadrada ó segunda de un numero. Si entre dicho signo se pone un 3 quiere decir que se tome la raiz cubica ó tercera. Exemplo. Si escrivo $\sqrt[2]{144.}$ quiero decir que se tome la raiz cuadrada de 144. Si se ofreciere la espresion $\sqrt[3]{125.}$, diré que se debe tomar la raiz cubica ó tercera de

125. Colócase tambien el numero que designa la ra-
2 —— 3 —— 4 ——
iz entre el mismo signo asi: &.&.

P. Como se estraé la raiz cuadrada, cubica & de un quebrado?

R. Para ello se estraé (por las reglas dadas) la raiz pedida, del numerador del quebrado propuesto y se tendrá el nuevo numerador: se estraé, tambien la raiz pedida, del denominador del quebrado propuesto y se tendrá el nuevo denominador que puesto bajo la raya del nuevo numerador formará el *quebrado raiz* ó la raiz pedida.

P. Como se estraé la raiz de un numero de enteros y quebrados?

R. Para lograrlo se reducen los enteros al quebrado con quien vienen y hecho esto se estraé la raiz del numerador y denominador, segun lo dicho anteriormente y se tendrá un *fraccionario raiz* ó la raiz pedida. Tambien se puede reducir el quebrado comun á decimales, añadir estos á los enteros y estraér la raiz de toda la cantidad que formen; obrando en este caso como se ha enseñado para la estraccion de raizes de numeros enteros; pero se advierte que las decimales que se añadan deben ser pares; pues es regla general que *toda decimal cuadrada ò numero que se concidere como tal debe tener cifras decimales pares.*

De las razones y proporciones.

P. Que es razon?

R. Llamase *razon* la relacion que hay entre dos cantidades.

P. De quantas maneras es esa relacion?

R. De dos. Una si se atiende al exceso ó diferencia que hay entre las dos cantidades. La otra si se atiende á las veces que una cantidad contiene á otra, ó que es contenida.

P. Quantas especies hay de razon?

R. Dos. *Arismetica y Geometrica.*
P. Que es razon arismetica?
R. *La relacion de exceso ó diferencia que hay entre dos cantidades.*
P. Que es razon geometrica?
R. *La relacion que manifiesta quantas veces una canti dad contiene ó escontenida en otra.*
P. Que resultados indican estas dos razones?
R. El reciduo indica la razon arismetica, y el cociente indica la razon geometrica.
P. Que es proporcion?
R. *La igualdàd de dos razones de una misma especie.*
P. Por que se dice de una misma especie?
R. Por que si las dos razones fueren cada una de distinta naturaleza no podrán formar proporcion.
P. Quantas especies hay de proporcion?
R. Dos. Arismetica y geometrica.
P. Que es proporcion arismetica?
R. *La igualdád de dos razones arismeticas.*
P. Que es proporcion geometrica?
R. *La igualdád de las razones geometricas.*
P. Quantas cantidades son necesarias para que halla proporcion?
R. A lo menos quatro.
P. Estas cantidades que forman la proporcion como se llaman?
R. Llamanse terminos de la proporcion.
P. Quantas especies hay de terminos?
R. Dos. El primero y el quarto termino se llaman *extremos*, y el segundo y tercero se llaman *medios*.
P. Quantas especies de proporcion hay hablando en general?
R. Dos. Llamase proporcion discreta aquella; cuyos quatro terminos son distintos, y se llama continua aquella en la qual un termino se toma dos veces.
P. Hay algun signo para denotar que algunas cantidades escritas están en proporcion continua?

R. Si. Este ÷ quiere decir que las cantidades que se hallen en seguida de el estan en proporcion arismetica continua. Este otro ∺ quiere decir que las cantidades que se hallan escritas en seguida están en proporcion geometrica continua.

P. Como se llama por otro nombre la proporcion continua?

R. Llamase progresion. Si la proporcion fuese arismetica, la progresion será arismetica, y será geometrica si la proporcion fuese geometrica.

P. Que otro nombre especiál tienen los terminos de la proporcion?

R. Por lo general el primero y tercero se llaman *antecedentes*, y el segundo y quarto conseqüentes.

P. Quales se llaman propiamente antecedentes?

R. Los terminos que producen ó concurren á producir algun resultado.

P. Quales se llaman propiamente conseqüentes?

R. Los terminos que expresan ese mismo resultado.

P. Qual es la propiedad fundamental de la proporcion arismetica?

R. Esta: *La suma de los medios es igual à la suma de los extremos.*

P. Qual es la propiedad fundamental de la proporcion geometrica?

R. Esta: *El producto de los medios es iguàl al de los extremos.*

Escolio.

Como en la proporcion continua el segundo termino y aun el tercero, quarto & se deben tomár dos vezes, se omite el trabajo de escrivirlo dos veces. Se escrive una sola vez y se pone al principio el signo correspondiente (de los dos arriva dichos) y con esto el Lector entiende que debe pronunciarlo dos veces. Exemplo. Si he de escrivír la proporcion continua arismetica uno es á tres, como tres á cinco, escriviré asi ÷ 1.3.5.

Si he de escrivìr la proporcion geometrica continua dos es á quatro; como quatro á ocho, escriviré de esta manera ∺2:4: 8.

Adviertase que entre el primero y segundo termino y entre el tercero y quarto de una proporcion arismetica discreta se escrive un solo punto que quiere decìr *es hà* y que entre el segundo y tercero se escriven dos puntos que quieren decir *como* v.g. 1. 3: 5. 7. Se lera *uno es á tres; como cinco es á siete.* En la proporcion geometrica discreta, en vez de un punto se ponen dos y en lugar de los dos dichos para la anterior, se escriven quatro asi 2: 4.... 3: 6 y quiere decìr *dos es á quatro; como tres á seis.*

Corolario.

De lo dicho hasta aquì se deduce 1. Que en la proporcion arismetica continua que consta de solo tres terminos, el duplo del termino medio es igual á la Suma de los extremos, y que el dicho duplo menos un extremo es igual al otro extremo. 2. Que en la proporcion geometrica continua de la misma clase, el quadrado del termino medio es igual al producto de los extremos y que el mismo quadrado dividido por un extremo es igual al otro extremo.

P. La proporcion geometrica con qual otro nombre es conocida?

R. *Comummente se llama regla de tres* por que siempre se dan conocidos tres terminos de ella y se pide el quarto termino que no se conoce.

P. La regla de tres de quantas maneras es?

R. Primero se divide en *simple y compuesta.*

P. Qual se llama simple?

R. *Aquella cuyos antecedentes ó agentes* son, cada uno, *de un mismo genero;* esto es, quando los antecedentes ó agentes que producen ú ocacionan los consequentes son v.g. solo hombres, solo Cavallos, solo Capitales, solo tiempo &.&.

P. Qual se llama compuesta?

R. *Aquella cuyos antecedentes estàn compuestos de agentes de distinto genero* v.g. Si los antecedentes que concurren á producir los conseqüentes están compuestos de hombres y tiempo; de capitales y tiempo; de molinos, numero de muelas y tiempo &.&. Segundo se divide en directa é inversa.

P. Qual se llama directa?

R. *Aquella en la que á proporcion que el tercer termino sube ó baja respecto del primero, el quarto debe subír ò bajar respecto del segundo.*

P. Qual se llama inversa?

R. Aquella en que á proporcion que el tercer termino sube ó baja respecto del primero, el quarto debe bajar ó subir respecto del segundo.

P. Que nombre tienen las varias reglas ó metodos de que se vale la Arismetica para resolver las cuestiones que se le precenten en trage distinto del indicado?

R. Las mas conocidas son y se llaman comummente *Regla Conjunta, de Compañia, de falsaposicion, de Aligacion.*

P. Cual se llama regla conjunta?

R. Llamase asi la que con una sola regla de tres se resuelve la qüestion en que puesto el primer antecedente, su conseqüente sirve de antecedente para otro conseqüente, y este se convierte en antecedente de otro conseqüente y asi succesivamente.

P. Para que se usa esta regla?

R. Usase para evitar la resolucion de tantas reglas de tres, cuantos antecedentes hay en la qüestion.

P. Que es regla de compañia?

R. Llamase asi aquella en que muchos agentes han concurrido á producir un conseqüente, ú obra, y en que se debe vuscar cuanta parte de este mismo conseqüente corresponde á cada agente.

P. Que uso tiene esta regla?

R. Usese ordinariamente para dividir las ganancias entre varios comerciantes; cada uno de los cuales ha puesto su capital formando un fondo comun para girar en compañia; como suele decirse. De aquì ha tomado el nombre la regla; pero ella abraza todos los casos designados por su definicion.

P. Cual se llama *Falsaposision*?

R. La regla de tres en que, para resolver una qüestion propuesta, es necesario suponer ó fingir uno, ó dos antecedentes; con cuyo auxilio, y resultado puede llegarse al que pide la qüestion.

P. Que es Aligasion?

R. Llamase asi la regla que sirve para resolver las qüestiones en que se dán conocidas muchas especies que se pueden mezclar, y en que se pide que la mezcla resultante tenga una razon designada, ó un precio medio, ó determinado.

P. Amas de las operaciones indicadas hasta aqui ¿hay algunas otras que faciliten el calcvlo arismetico?

R. Si y consisten en la theoría de los Logaritmos.

P. Qual es la vase fundamental de esta theoría?

R. Ella consiste en calcular las cantidades, no por ellas mismas; sino por sus exponentes, de modo que por estos y no por aquellos se haga toda regla de tres.

P. En que consiste la facilidad que ofrece este metodo?

R. En que las operaciones de multiplicar se conviertan en simples sumas de dos logaritmos, y las de dividir en la substraccion de un logaritmo de otro.

P. Las combinaciones, y los tonos armónicos son objeto de la arismetica?

R. Si y ya llegará el caso en que se dezarroyen los principios fundamentales de la theorìa de aquellos, y estos.

Amables Jobenes.

La practica minuciosa de quantas reglas y operaciones van insignuadas quedan recervadas para nuestros exercicios diarios. Llegado el caso, nada os faltará y bien conocereis entonces, que si nuestras actuales circunstancias no permiten dar mas estencion á estas lecciones, en ellas hallareis todos los principios que, en qualquier tiempo, pueden recordaroos la naturaleza y por menor de las operaciones y conduciroos á los resultados deceables. No olvideis, sobre todo, que no es este un tratado de arismetica y si, unos ligeros apuntamientos bastantes para indicarnos el metodo que debemos seguir en vuestra enseñanza. Esta abrasará quanto me paresca seroos; no solo necesario; sinó lo util y deleitable. Cese por ahora, mi trabajo y aceptád de buena voluntad, os ruego, mis ardientes votos por vuestro bien y el gracioso afecto con que, gustoso, se sacrifica en vuestro obsequio vuestro mas sincero y verdadero amigo.

NOTAS.

(a) Quando el Rector de la Casa de Sto. Thomas y el Gefe Supremo me hablaron (desde luego para no hacer un nombramiento inutil) sobre si me encargaría de un curso de Filosofia, les hablé con la mayor franqueza; manifestandoles que mi quebrantada salud no me permitía tomarme tareas mentales; pero que en concideracion á la necesidad en que estaba la Jubentud, hiciesen el nombramiento; pues procuraria desempeñar, quanto me fuere posible y á lo menos mientras habia otro que me reemplasase. A pesar, pues, de mi quebranto y sin que la dotacion pueda alhagar á nadie, gustoso sacrifico mis instantes en vuestro obsequio.

(b) No se hallará en este ligero apuntamiento el por menor de las operaciones de sumar, restar, multiplicar y dividir; lo uno por que en ello se consulta el ahorro de costo en la impresion y lo otro porque sabiendo muchos de los cursantes estas reglas solo habrá que rectificar ó mejorar las ideas; lo que mejor se desempeña verbalmente sin temor de que se escapen las ideas. Por la misma causa no se hallarán las *pruebas* de esas operaciones, ni la razon en que se fundan estas y las demas.

(c) Es bien que el Estudiante tenga de memoria las dos tablas siguientes.

TABLA 1.

De los quadrados y sus raizes.

	Raiz.		*Quadrado.*
El Quadrado de...	1	es	1.
	2	es	4.
	3	es	9.
	4	es	16.
	5	es	25.
	6	es	36.
	7	es	49.
	8	es	64.
	9	es	81.

TABLA 2.

De los Cubos y sus raizes.

	Raiz.		Quadrado.
El Cubo de....	1	es	1.
	2	es	8.
	3	es	27.
	4	es	64.
	5	es	125.
	6	es	216.
	7	es	343.
	8	es	512.
	9	es	729.