

# LA ESCUELA COSTARRICENSE



EN ESTE NUMERO  
DESARROLLO DEL PROGRAMA  
DE ARITMETICA DEL I GRADO  
Por ATILIA MONTERO

2476 - IMPRENTA NACIONAL - 1932

# LA ESCUELA COSTARRICENSE

REVISTA PEDAGOGICA MENSUAL

Organo de la Secretaría de Educación Pública

Director: MOISES VINCENZI

AÑO II

San José, C. R., 1º de enero de 1933

Nº 7

*Una obra puede dejar de ser buena, por mal hecha, por mal interpretada o por diferentemente sentida.*

*No sé cuál sea la razón de que mi trabajo no se aproveche. Lo que sí sé, es que he puesto en él toda mi buena voluntad, mi experiencia y el anhelo de servir a quienes por su medio ambiente o preparación limitada tengan necesidad de ella. Y en todo caso, el de corresponder a la generosa excitativa con que me honró el cumplido caballero don Moisés Vincenzi, en hora buena director de esta revista.*

*Por la concreción y exactitud de sus principios y resultados, por lo fácil en sus observaciones, si su enseñanza se hace estrictamente gradual, las matemáticas resultan la asignatura más educadora. Despiertan el sentido de la lógica; exigen hábitos de orden y paciencia y cuando protesten de la equivocación, enseñan la honradez.*

*Son terror de crecido número de estudiantes, cuando no se las analiza con cariño. Para muchos, medida de capacidad intelectual. Y en las escuelas, la ciencia que más preocupa, porque de ella depende por regla general, la promoción.*

## Ejercicios de adaptación

Listos los niños con el material de que disponen y para introducir el término *cantidad*, se ordena: Tome cada uno de Uds. la cantidad que tiene en su mano.

Cuál de todos tiene *más* cantidad? Quién tiene la cantidad menor o más pequeña? Compare Ud. su cantidad con la de su compañero de la derecha, con la del de la izquierda, etc. Iguale la suya con la de A.

Para introducir la palabra *especie*. ¿De qué especie es su cantidad? ¿De cuál especie la de su compañero? ¿Cuáles niños tienen cantidades de la misma especie? ¿Cuáles de distinta? ¿Son todas las cantidades de la misma especie? etc.

*Altérnense los términos nuevos con los corrientes entre los alumnos a fin de llegar a la equivalencia y propiedad de su uso.*

Lista la cantidad en el pupitre: Quite cada uno un puñito de su cantidad. Señale lo que quedó. ¿Quedó *más* o *menos*? Quite otro grupo. Vamos a decir *reste*. Reste un puñito de su cantidad, reste otro, etc. ¿Qué es restar? ¿Cuándo resta, le queda *más*, o *menos*? Guarde en la caja su cantidad menos un puñito. Para que haya menos, ¿qué debemos hacer? Quite de su cantidad toda la cantidad. ¿Cuánto le queda? . . . . *Nada*, se dice también *cero*.

Hagamos ahora la operación contraria. *Agregue* uno de los puñitos que quitó. ¿Tiene *más*, o *menos*? *Aumente* con el otro puñito. ¿Tiene *más*? ¿Cómo vuelve a formar la cantidad? ¿Qué operación hizo primero? (*sustraer, quitar, restar, disminuir*).

¿Cuál estamos haciendo ahora? (*agregar, sumar, aumentar*).

Haga esta cantidad en dos partes. *Distribúyala* en tres grupitos. *Repártala* entre cuatro niños. *Divida* la cantidad de modo que pueda colocarla en cinco cajas etc.

Cuente usted hasta donde sabe. Reparta esa cantidad de dos en dos: granos, conchas, palitos etc. ¿Cuántos grupos le resultaron? Señale un grupo de dos; señale otra vez dos, otra vez etc. Vuelva a señalar de vez en vez para que sus compañeros cuenten las veces dos que señala.

*Repítase el ejercicio con 3, 4, 5 etc. hasta el número que conozcan.*

De nuevo el ejercicio con otro fin: Hecha la repartición: Señale un grupito de dos; agréguele otra vez dos, otra vez dos... (un compañero va contando las veces que repite la agregación, hasta llegar a la cantidad. ¿Qué formó de nuevo? ¿De cuántas veces dos se compone esa cantidad? ¿A cuántas personas le podría dar dos de esa cantidad? Entre todas las personas, ¿cuántas veces dos recibirían? Si cada persona devuelve lo que le corresponde, ¿cuántas veces dos devuelven? ¿Qué se forma de la devolución completa? (*La cantidad repartida. Nólese que aquí va la comprobación.*)

Diga cada uno qué especie de cantidad tiene. Reste uno, otro, otro, otro (grano, fósforo, chapa etc.) Otro... (hasta que quede el último). ¿Cuántos quedaron? ¿De cuál especie?

Tome cada uno una cantidad mixta (revuelta) que contenga un lápiz, un borrador, un frijol, un fósforo, un tapón, una concha etc.. Abarque la cantidad completa con sus manos. ¿De qué especie es? Quite de ella una cosa, un objeto. Quite otro, otro, otro, hasta dejarla en uno. ¿Cuántas cosas quedaron? ¿De qué especie? Enumere lo que quitó diciendo su especie (un tapón, un borrador, un fósforo etc.) ¿Quitó siempre la misma especie? ¿Cuánto quitó cada vez? *Eso es una unidad.* ¿Qué es unidad? ¿Es un tintero una unidad?

Un fósforo, ¿es una unidad? etc. ¿Cuántas cosas forman una unidad? ¿De cuáles especies puede ser una unidad? Una unidad, ¿es una naranja?

Preséntese 1 m. —1 Dm. —1 dm. —1 cm. —1 lt.—1 kg. 1 cm.<sup>3</sup> — 1 ¢ — 1 cinco — 1 diez — 1 peseta — 1 cuatro. 1 dm.<sup>2</sup> — 1 cm.<sup>2</sup> Apréciense por diferentes ejercicios dándoles su nombre tomados como unidad.

Después del ejercicio objetivo se procederá al gráfico y a continuación al concepto abstracto. Presentando una unidad cada vez. ¿Cuántas unidades tengo? ¿Cuántos lápices? ¿Cuántos tinteros? ¿Cuántos borradores? *Dibujando en el tablero.* ¿Cuántos cuadritos? ¿Cuántos arbolitos? Coloquemos debajo la cifra que represente a cada unidad.



1



1



1

Pase Ud. a escribir uno. Todos deberán escribir la cifra en el tablero y luego en el cuaderno de ensayos. *No está de más recordar que la insistencia en la afirmación de los conceptos es de primordial importancia. La repetición es punto de apoyo de la comprensión.*

## CONCEPTO DEL N<sup>o</sup> 2

Tome una unidad. Escriba el número o cifra correspondiente. 1. Agregue otra unidad. Escriba a continuación la cifra que corresponde. 1 1. ¿Qué operación hizo? Vamos a indicar con el signo *más* que estamos sumando. 1 + 1. Lea lo escrito. Haga el signo más, aparte. Léalo. ¿Qué significa ese signo? Ejecute, *verifique* con objetos la operación indicada.

*El maestro debe expresarse siempre correctamente, con lo que el niño irá adquiriendo cabal concepto del empleo y significación de las palabras.*

¿Cuántas unidades sumó? ¿Qué cantidad formó? ¿Cuánto resulta de  $1 + 1$ ? Vamos a escribir un signo que diga son, igual  $1 + 1 =$  Lea lo escrito. Haga el signo igual aparte. ¿Cuántos son  $1 + 1$ ? Escriba el resultado. Léalo todo. Si tengo uno, ¿cuánto debo agregar para tener dos? ¿Uno más cuánto son dos? leamos:  $1 + ? = 2$ . ¿Qué pregunta allí? ¿Cómo leemos el signo ?? Por cuál cifra cambia Ud. el signo ? Lea lo que sigue:  $2 + 1 = 2$ . Cambie el signo ? por el número que corresponde. Tome la cantidad dos y réstele una unidad. ¿Cuánto le queda? ¿Cuántas unidades menos hay ahora? ¿Tenía cuánto? ¿Menos cuánto? Escribamos eso:  $2 - 1$ . Leámoslo (señalando signo a signo). ¿A qué resultado es igual? Escribalo. Léalo. Verifíquelo. Borre el 1 y ponga ? Léalo. ¿Qué significa (qué quiere decir) eso? ¿Qué contesta Ud. a esa pregunta?

*Un ejercicio de dominio de la maestra, de concisión y claridad, de resuelta seguridad y simplificación, es el de hacer sólo una pregunta que impresione limpiamente el cerebro del niño y lo resuelva a contestar.*

Lea este otro ejercicio:  $? - 1 = 2$  ? Tome la cantidad 2. Réstele 2. ¿Cuánto queda? Restando de una cantidad, la misma cantidad, ¿cuánto queda? Escriba eso:  $2 - 2 =$  El número nada se llama cero. Lea eso ahora y diga cuánto queda. Escribamos la cifra cero  $2 - 2 = 0$ . Lea. ¿Qué significa eso? Verifíquelo con objetos.

Levante una mano. Levante otra. ¿Cuántas manos levantó? ¿Las levantó a un tiempo? ¿Cuántas veces hizo el movimiento? ¿Cuántas manos correspondieron a cada movimiento? Levante un pie a cada golpe de regla que

doy. ¿Cuántos pies levantó? (dos). ¿Cuántos golpes di? ¿Cuántos pies correspondieron a cada golpe? ¿Cuántas veces golpeé con la regla? Levante una vez un pie. Levante otra vez un pie. ¿Cuántas veces levantó un pie? Repita el ejercicio contando las veces. Una... dos... ¿Cuántos pies levantó? Dos veces un pie, ¿cuántos pies son? Levante una vez dos pies. ¿Cuántos pies levantó? Levante una vez una mano. Levante otra vez una mano. ¿Cuántas veces una mano levantó? ¿Cuántas manos son? Levante una vez dos manos. ¿Cuántas manos son? ¿Cuántas veces un ojo estoy señalando? ¿Cuántas veces una unidad? ¿Cuántas veces uno? Escribámoslo:  $1 \times 1$ . Leamos lo escrito. ¿Cuántos ojos son una vez un ojo? ¿Cuánto es una vez uno? Escribamos:  $1 \times 1 = 1$ . Léamoslo. ¿Cuántas veces dos ojos señalo (señalando los dos ojos). Escribamos:  $1 \times 2$ . ¿Cuántos ojos son? Escribamos:  $1 \times 2 = 2$ . Léalo. ¿Cuántas veces un ojo señalo? (Señalando uno a uno). Escriba eso Ud.  $2 \times 1$ . ¿Cuántos ojos señalo? Complete lo escrito.  $2 \times 1 = 2$ .

Cuando se compra un *par* de medias, ¿cuántas medias se reciben? ¿De qué otros objetos se forma par? ¿Cómo deben ser dos unidades que forman par? Cite un par de algo.

El *doble* de una unidad equivale a dos veces la unidad. El doble de una cantidad es igual a dos veces la misma. Separe el doble de un fósforo, de un tapón, de un cuaderno etc. Levante el doble de dos dedos.

Tome dos lápices y los distribuye entre dos niños. ¿Cuántos lápices recibe cada uno? Entre ambos niños, cuántas veces un lápiz tienen? Recoja esas dos veces un lápiz. Qué volvió a formar? Distribuya dos plumas entre dos cajas.... Hágase el mismo ejercicio con distintos objetos. Distribuyendo dos entre dos, cuánto recibe cada uno? Cuántas veces uno tienen los dos? Cuántos grupos hizo? De cuán-

to cada uno? Cuánto forman dos veces uno?  $2 : 2 = 1$  porque  $2 \times 1 = 2$ .

Leámoslo (señalando signo a signo). Dos distribuido entre (o simplemente entre) dos, igual a uno porque dos veces uno son dos.

Distribuya Ud. dos melcochas entre una niña. (Forma de expresión convencional). ¿Cuánto recibió esa niña? ¿Cuántos grupos hizo? ¿Por qué? ¿Cuántas veces dos melcochas dio? ¿Cuántas melcochas son una vez dos melcochas? Escribamos  $2 : 1 = 2$  porque  $2 = 1 \times 2$ .

Distribuya una moneda entre una persona. (Forma de expresión convencional). ¿Cuántas monedas recibe la persona? ¿Cuántas veces una moneda? Escribamos:  $1 : 1 = 1$ .

Distribuya esa barra de jabón entre dos personas. Si no podemos distribuirla, ¿qué debemos hacer? (partirla). *Nótese la diferencia entre distribuir y partir. Se distribuyen las cantidades, se parten las unidades; ambas son formas de división con pequeñas diferencias de concepto que deberán apreciar los niños en forma intuitiva, si se usan los términos apropiados desde su arranque.* Verifíquese la operación objetiva. ¿Qué cantidad teníamos para distribuir? Escríbala 1. ¿Entre cuántos vamos a repartir? Escríbalo 1 : 2. ¿Cómo recibe cada uno la cantidad? Escribamos: recibió una barra partida por dos  $\frac{1}{2}$ . Eso se lee un medio. ¿Qué tanto de la unidad recibe cada uno? (la mitad, un medio). Escribamos la operación completa:  $1 : 2 = \frac{1}{2}$ .

Estos ejercicios simultáneos a su escritura en el tablero, concluirán por dejar las tablas en la forma siguiente:

$1 + 1 = 2$	$1 + 0 = 1$	$1 \times 1 = 1$	$2 : 1 = 2$
$2 - 1 = 1$	$2 + 0 = 2$	$2 \times 1 = 2$	$2 : 2 = 1$
$2 - 2 = 0$	$2 - 0 = 2$	$1 \times 2 = 2$	$1 : 2 = \frac{1}{2}$
		$1 \times 0 = 0$	

Una vez asimilado el concepto del número en esta forma, debe procederse a la memorización de estas tablas, al cuidado de la maestra y como tarea en su casa, para evitar el relajamiento de la actividad mental, a fin de que no se muestre tardo en contestar el alumno.

*Todos los maestros habrán podido observar el escalonamiento de comprensión en los alumnos, del cual puede, a grandes rasgos, hacerse tres grupos. En consecuencia conviene repetir cada lección, por término medio tres veces, ofreciendo alguna variedad. Se notará que el primer día aceptan el concepto, de tres a cinco alumnos, proporción corriente de mentalidad robusta y mejores condiciones de ambiente. El segundo, un grupo mayor, el de medianías, y el tercero, los casos difíciles, sin contar los anormales que pueden estimarse de uno a tres.*

Si cabe decir, los ejercicios tienen su forma positiva y su forma negativa que se complementan en la germinación del concepto.

Forma negativa del ejercicio anterior:

Lea Ud. el ejercicio  $1 + 1 = 2$ . Borrando el segundo término, ¿cuánto quité?  $1 + \quad = 2$ . ¿Uno más cuánto son dos? Se sustituye lo borrado por ? y se vuelve a leer. Se escribe el ejercicio con la pregunta en el primer sumando  $? + 1 = 2$ . Con esta clase de ejercicio se forma la serie siguiente:

$1 + ? = 2$	$2 - ? = 0$	$1 \times ? = 2$
$? + 1 = 2$	$? - 2 = 0$	$? \times 2 = 2$
$2 - ? = 1$	$2 - ? = 2$	$2 \times ? = 2$
$? - 1 = 1$	$? - 2 = 2$	$? \times 2 = 2$

La práctica manifiesta que la operación más difícil para los niños es la división. Si se considera esto, los ejerci-

cios negativos serán de simple observación en presencia de los casos positivos resueltos, evitando a los niños el duro trabajo de calcular. Ejemplo:  $2 : 2 = 1$ ; ¿entre cuánto debemos dividir a 2 para obtener 1? Escríbalo.  $2 : ? = 1$ . ¿Cuánto debemos dividir entre 2 para que dé 1? Escríbalo.  $2 : 2 = 1$ . Complétese así la tabla:

$2 : 2 = 1$	$2 : ? = 1$	$? : 2 = \frac{1}{2}$
$2 : 1 = 2$	$? : 2 = 1$	
$1 : 2 = \frac{1}{2}$	$1 : ? = \frac{1}{2}$	

### APLICACION

Problemas.—Si pago un cuatro por una cinta y tengo otro en el carriel, cuánto *más* del que pagué llevaba? Escriba eso.  $1 + 1$ . Si un colón tiene dos cuatros, ¿cuánto puedo decir que llevé? Si una niña tiene para sus gustos dos cincos y gasta uno, ¿cuánto *menos* tiene? Escriba eso.  $2 - 1$ . Si dos cincos forman un diez, ¿de qué otro modo decimos eso? Se compra una tapa de dulce en una peseta. ¿Cuántas veces una peseta se paga por dos tapas? Escriba eso.  $2 \times 1$ . Si el atado tiene dos tapas, ¿cómo preguntamos lo mismo? Si el mes tiene dos quincenas, ¿qué parte de ese tiempo es la quincena? Si en un mes se gana cierto sueldo, ¿qué parte de ese sueldo se gana en la quincena?

*El círculo de razonamiento es tan corto en este concepto, como el círculo de numeración; por eso conviene solamente iniciar. Por razón de simplicidad no ha de existir asomo de cálculo. Basta robustecer el hábito de razonar, puesto que el cálculo es la finalidad que persigue el desarrollo del concepto numérico.*

Para demostrar las diferentes maneras de ejercitar el concepto de un número, evitando con la variedad el tedio

que sobreviene a maestro y alumnos cuando no se encuentra materia de trabajo, presentamos el desarrollo que, como campo de acción, ofrece el número 8.

Partimos del número 7 que se supone conocido. ¿Cuánto agregamos a 7 para formar 8? Cuento 8 unidades. ¿Cuál operación hemos efectuado? Formemos el número 8 de todos los modos posibles.

### Con dos sumandos

$$7 + 1 = 8$$

$$4 + 4 = 8$$

$$1 + 7 = 8$$

$$6 + 2 = 8$$

$$3 + 5 = 8$$

$$0 + 8 = 8$$

$$5 + 3 = 8$$

$$2 + 6 = 8$$

$$8 + 0 = 8$$

### Con tres sumandos

$$7 + 1 + 0 = 8$$

$$4 + 3 + 1 = 8$$

$$2 + 5 + 1 = 8$$

$$6 + 1 + 1 = 8$$

$$4 + 1 + 3 = 8$$

$$2 + 1 + 5 = 8$$

$$5 + 2 + 1 = 8$$

$$3 + 4 + 1 = 8$$

$$1 + 6 + 1 = 8$$

$$5 + 1 + 2 = 8$$

$$3 + 1 + 4 = 8$$

$$1 + 1 + 6 = 8$$

### Con cuatro sumandos

$$6 + 1 + 1 + 0 = 8$$

$$5 + 1 + 1 + 1 = 8$$

$$1 + 6 + 1 + 0 = 8$$

$$1 + 5 + 1 + 1 = 8$$

$$1 + 1 + 6 + 0 = 8$$

$$1 + 1 + 5 + 1 = 8$$

$$1 + 1 + 0 + 6 = 8$$

$$1 + 1 + 1 + 5 = 8$$

$$3 + 3 + 1 + 1 = 8$$

$$2 + 4 + 1 + 1 = 8$$

$$4 + 2 + 1 + 1 = 8$$

$$4 + 1 + 2 + 1 = 8$$

$$4 + 1 + 1 + 2 = 8$$

$$2 + 1 + 1 + 4 = 8$$

$$0 + 6 + 1 + 1 = 8$$

**Con cinco sumandos**

$$\begin{array}{ll}
 5 + 1 + 1 + 1 + 0 = 8 & 2 + 3 + 1 + 1 + 1 = 8 \\
 4 + 1 + 1 + 1 + 1 = 8 & 1 + 4 + 1 + 1 + 1 = 8 \\
 3 + 2 + 1 + 1 + 1 = 8 & 0 + 5 + 1 + 1 + 1 = 8
 \end{array}$$

**Con seis sumandos**

$$\begin{array}{ll}
 4 + 1 + 1 + 1 + 1 + 0 = 8 & 2 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 = 8 \\
 3 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 8 & 1 + 3 + 1 + 1 + 1 + 1 = 8 \\
 0 + 4 + 1 + 1 + 1 + 1 = 8 &
 \end{array}$$

**Con siete sumandos**

$$\begin{array}{l}
 3 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 0 = 8 \\
 2 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 8 \\
 0 + 1 + 3 + 1 + 1 + 1 + 1 = 8 \\
 0 + 4 + 1 + 1 + 1 + 1 + 0 = 8
 \end{array}$$

**Con ocho sumandos**

$$\begin{array}{l}
 2 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 0 = 8 \\
 0 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 8 \\
 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 8
 \end{array}$$

*Nótese que este último ejercicio echa base a la reducción a la unidad, importante en el razonamiento de problemas.*

Aprovéchese para ejercicios como éstos: ¿Cuántas veces necesitamos uno para tener ocho? ¿Cuántas unidades hay en ocho? ¿Cuántas veces repetimos el valor de una unidad para tener el valor de ocho? ¿Qué parte de ocho es la unidad? Si ocho objetos valen una cantidad, ¿qué parte de ese valor corresponde a la unidad?

*Aun las matemáticas elementales nos dan lecciones dignas de tomar en cuenta para gobernarnos en la vida. Ob-*

*servemos cómo el trabajo intenso y ordenado al principio, nos procura el descanso al fin por su propia simplicidad. Lo que antes fue en diez o doce columnas, ahora se reduce a tres ejercicios.*

### - Forma negativa

$? + 1 + 0 = 8$	$2 + 4 + ? + 1 = 8$
$? + 1 + 1 = 8$	$1 + 5 + ? + 1 = 8$
$? + 2 + 1 = 8$	$0 + 6 + ? + 1 = 8$
$? + 3 + 1 = 8$	
$? + 4 + 1 = 8$	$6 + ? + 1 + 0 = 8$
$? + 5 + 1 = 8$	$5 + ? + 1 + 1 = 8$
$? + 6 + 1 = 8$	$4 + ? + 1 + 1 = 8$
	$3 + ? + 1 + 1 = 8$
$6 + 1 + 1 + ? = 8$	$2 + ? + 1 + 1 = 8$
$5 + 1 + 1 + ? = 8$	$1 + ? + 1 + 1 = 8$
$4 + 2 + 1 + ? = 8$	$0 + ? + 1 + 1 = 8$
$3 + 3 + 1 + ? = 8$	
$2 + 4 + 1 + ? = 8$	$? + 1 + 1 + 0 = 8$
$1 + 5 + 1 + ? = 8$	$? + 1 + 1 + 1 = 8$
$0 + 6 + 1 + ? = 8$	$? + 2 + 1 + 1 = 8$
	$? + 3 + 1 + 1 = 8$
$6 + 1 + ? + 0 = 8$	$? + 4 + 1 + 1 = 8$
$5 + 1 + ? + 1 = 8$	$? + 5 + 1 + 1 = 8$
$4 + 2 + ? + 1 = 8$	$? + 6 + 1 + 1 = 8$
$3 + 3 + ? + 1 = 8$	

*Conviene usar mucho el 0 por la facilidad que presenta de equivocar su cálculo.*

$5 + 1 + 1 + ? + 0 = 8$

$4 + 1 + 1 + ? + 1 = 8$

$3 + 2 + 1 + ? + 1 = 8$

$2 + 3 + 1 + ? + 1 = 8$

$1 + 4 + 1 + ? + 1 = 8$

$0 + 5 + 1 + ? + 1 = 8$

$5 + 1 + ? + 1 + 0 = 8$

$4 + 1 + ? + 1 + 1 = 8$

$3 + 2 + ? + 1 + 1 = 8$

$2 + 3 + ? + 1 + 1 = 8$

$1 + 4 + ? + 1 + 1 = 8$

$0 + 5 + ? + 1 + 1 = 8$

$5 + ? + 1 + 1 + 0 = 8$

$4 + ? + 1 + 1 + 1 = 8$

$3 + ? + 1 + 1 + 1 = 8$

$2 + ? + 1 + 1 + 1 = 8$

$1 + ? + 1 + 1 + 1 = 8$

$0 + ? + 1 + 1 + 1 = 8$

$? + 1 + 1 + 1 + 0 = 8$

$? + 1 + 1 + 1 + 1 = 8$

$? + 2 + 1 + 1 + 1 = 8$

$? + 3 + 1 + 1 + 1 = 8$

$? + 4 + 1 + 1 + 1 = 8$

$? + 5 + 1 + 1 + 1 = 8$

$4 + 1 + 1 + 1 + 1 + ? = 8$

$3 + 1 + 1 + 1 + 1 + ? = 8$

$2 + 2 + 1 + 1 + 1 + ? = 8$

$1 + 3 + 1 + 1 + 1 + ? = 8$

$0 + 4 + 1 + 1 + 1 + ? = 8$

$4 + 1 + 1 + 1 + ? + 0 = 8$

$3 + 1 + 1 + 1 + ? + 1 = 8$

$2 + 2 + 1 + 1 + ? + 1 = 8$

$1 + 3 + 1 + 1 + ? + 1 = 8$

$0 + 4 + 1 + 1 + ? + 1 = 8$

$4 + 1 + 1 + ? + 1 + 0 = 8$

$3 + 1 + 1 + ? + 1 + 0 = 8$

$2 + 2 + 1 + ? + 1 + 1 = 8$

$1 + 3 + 1 + ? + 1 + 1 = 8$

$0 + 4 + 1 + ? + 1 + 1 = 8$

$4 + 1 + ? + 1 + 1 + 0 = 8$

$3 + 1 + ? + 1 + 1 + 1 = 8$

$2 + 2 + ? + 1 + 1 + 1 = 8$

$1 + 3 + ? + 1 + 1 + 1 = 8$

$0 + 4 + ? + 1 + 1 + 1 = 8$

$4 + ? + 1 + 1 + 1 + 0 = 8$

$3 + ? + 1 + 1 + 1 + 1 = 8$

$2 + ? + 1 + 1 + 1 + 1 = 8$

$1 + ? + 1 + 1 + 1 + 1 = 8$

$0 + ? + 1 + 1 + 1 + 1 = 8$

$? + 1 + 1 + 1 + 1 + 0 = 8$

$? + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 8$

$? + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 = 8$

$? + 3 + 1 + 1 + 1 + 1 = 8$

$? + 4 + 1 + 1 + 1 + 1 = 8$

$$3 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + ? = 8$$

$$2 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + ? = 8$$

$$1 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 + ? = 8$$

$$0 + 3 + 1 + 1 + 1 + 1 + ? = 8$$

$$3 + 1 + 1 + 1 + 1 + ? + 0 = 8$$

$$2 + 1 + 1 + 1 + 1 + ? + 1 = 8$$

$$1 + 2 + 1 + 1 + 1 + ? + 1 = 8$$

$$0 + 3 + 1 + 1 + 1 + ? + 1 = 8$$

$$3 + 1 + 1 + 1 + ? + 1 + 0 = 8$$

$$2 + 1 + 1 + 1 + ? + 1 + 1 = 8$$

$$1 + 2 + 1 + 1 + ? + 1 + 1 = 8$$

$$0 + 3 + 1 + 1 + ? + 1 + 1 = 8$$

$$3 + 1 + 1 + ? + 1 + 1 + 0 = 8$$

$$2 + 1 + 1 + ? + 1 + 1 + 1 = 8$$

$$1 + 2 + 1 + ? + 1 + 1 + 1 = 8$$

$$0 + 3 + 1 + ? + 1 + 1 + 1 = 8$$

$$3 + 1 + ? + 1 + 1 + 1 + 0 = 8$$

$$2 + 1 + ? + 1 + 1 + 1 + 1 = 8$$

$$1 + 2 + ? + 1 + 1 + 1 + 1 = 8$$

$$0 + 3 + ? + 1 + 1 + 1 + 1 = 8$$

$$3 + ? + 1 + 1 + 1 + 1 + 0 = 8$$

$$2 + ? + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 8$$

$$1 + ? + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 8$$

$$0 + ? + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 8$$

$$? + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 0 = 8$$

$$? + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 8$$

$$? + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 8$$

$$? + 3 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 8$$

$$2 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + ? = 8$$

$$1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + ? = 8$$

$$0 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + ? = 8$$

$$2 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + ? + 0 = 8$$

$$1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + ? + 1 = 8$$

$$0 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + ? + 1 = 8$$

$$2 + 1 + 1 + 1 + 1 + ? + 1 + 0 = 8$$

$$1 + 1 + 1 + 1 + 1 + ? + 1 + 1 = 8$$

$$0 + 2 + 1 + 1 + 1 + ? + 1 + 1 = 8$$

etc. etc.

$$5 + 2 + 1 = 8$$

$$5 + 1 + 2 = 8$$

$$4 + 3 + 1 = 8$$

$$4 + 1 + 3 = 8$$

$$4 + 2 + 2 = 8$$

$$3 + 3 + 2 = 8$$

$$3 + 2 + 3 = 8$$

$$3 + 4 + 1 = 8$$

$$3 + 1 + 4 = 8$$

$$3 + 5 + 1 = 8$$

$$2 + 3 + 3 = 8$$

$$2 + 4 + 2 = 8$$

$$2 + 2 + 4 = 8$$

$$1 + 2 + 5 = 8$$

$$1 + 5 + 2 = 8$$

$$3 + 2 + 2 + 1 = 8$$

$$3 + 2 + 1 + 2 = 8$$

$$3 + 1 + 2 + 2 = 8$$

$$2 + 3 + 2 + 1 = 8$$

$$2 + 2 + 3 + 1 = 8$$

$$2 + 2 + 1 + 3 = 8$$

$$1 + 2 + 2 + 3 = 8$$

$$2 + 2 + 2 + 2 = 8$$

$$5 + 2 + ? = 8$$

$$5 + ? + 1 = 8$$

$$? + 2 + 1 = 8$$

$$4 + 3 + ? = 8$$

$$4 + ? + 1 = 8$$

$$? + 3 + 1 = 8$$

$$4 + 2 + ? = 8$$

$$4 + ? + 2 = 8$$

$$? + 2 + 2 = 8$$

$$3 + 3 + ? = 8$$

$$3 + ? + 2 = 8$$

$$? + 3 + 2 = 8$$

$$3 + 4 + ? = 8$$

$$3 + ? + 1 = 8$$

$$? + 4 + 1 = 8$$

$2 + 5 + ? = 8$	$? + 2 + 2 + 1 = 8$
$2 + ? + 1 = 8$	$2 + 3 + 2 + ? = 8$
$? + 5 + 1 = 8$	$2 + 3 + ? + 1 = 8$
$2 + 3 + ? = 8$	$2 + ? + 2 + 1 = 8$
$2 + ? + 3 = 8$	$? + 3 + 2 + 1 = 8$
$? + 3 + 3 = 8$	$2 + 2 + 3 + ? = 8$
$2 + 4 + ? = 8$	$2 + 2 + ? + 1 = 8$
$2 + ? + 2 = 8$	$2 + ? + 3 + 1 = 8$
$? + 4 + 2 = 8$	$? + 2 + 3 + 1 = 8$
$2 + ? + 4 = 8$	$2 + 2 + 1 + ? = 8$
$? + 2 + 4 = 8$	$2 + 2 + ? + 3 = 8$
$1 + 2 + ? = 8$	$2 + ? + 1 + 3 = 8$
$1 + ? + 2 = 8$	$? + 2 + 1 + 3 = 8$
$? + 5 + 2 = 8$	$2 + 2 + 2 + ? = 8$
	$2 + 2 + ? + 2 = 8$
$3 + 2 + 2 + ? = 8$	$2 + ? + 2 + 2 = 8$
$3 + 2 + ? + 1 = 8$	$? + 2 + 2 + 2 = 8$
$3 + ? + 2 + 1 = 8$	$? + ? + ? + ? = 8$

*Esta última formación, si es libre, puede hacerse con los números que los alumnos quieran. Si se determina que los sumandos sean iguales, pone base al principio que dice: "Toda multiplicación es una suma abreviada de sumandos iguales".*

## Resta

Para ampliar el vocabulario, y con éste los matices del concepto, háganse las preguntas de diferentes modos:

¿Cuánto debemos *quitar* de ocho para que queden siete? ¿Ocho *menos* cuánto son siete? ¿Cuánto falta a siete para ser igual a ocho? ¿Cuál es la *diferencia* entre siete y ocho? ¿Siete y *cuántos* son ocho? *Esta última forma es la*

que debe consagrarse, después de afirmar el concepto para habituarlos al sistema austriaco que lleva en sí la comprobación.

## EJERCICIOS

$$\begin{array}{llll} 8-1= & 8-6= & 8-?=7 & 8-?=2 \\ 8-2= & 8-7= & 8-?=6 & 8-?=1 \\ 8-3= & 8-8= & 8-?=5 & 8-?=0 \\ 8-4= & 8-0= & 8-?=4 & \\ 8-5= & & 8-?=3 & \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} ?-1=7 & ?-5=3 \\ ?-2=6 & ?-6=2 \\ ?-3=5 & ?-7=1 \\ ?-4=4 & ?-8=0 \end{array}$$

## Multiplicación

$$\begin{array}{ll} 1 \times 8 = & \text{suma correspondiente} \\ 8 \times 1 = & 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 8 \\ 4 \times 2 = & 2 + 2 + 2 + 2 = 8 \\ 2 \times 4 = & 4 + 4 = 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 1 \times ? = 8 & 8 \times ? = 8 \\ 4 \times ? = 8 & ? \times 2 = 8 \\ 2 \times ? = 8 & ? \times 4 = 8 \end{array}$$

## División

$$\begin{array}{ll} 8 : 1 = 8 & 8 : 3 = 2 \frac{2}{3} \\ 8 : 2 = 4 & 8 : 5 = 1 \frac{3}{5} \\ 8 : 4 = 2 & 8 : 6 = 1 \frac{2}{6} \\ 8 : 8 = 1 & 8 : 7 = 1 \frac{1}{7} \end{array}$$

*Sin obligar a cálculo, como simple observación, y en presencia de los ejercicios anteriores resueltos, los siguientes:*

$$8 : ? = 8 \text{ Por qué? Porque } 1 \times 8 = 8$$

$$8 : ? = 4 \quad " \quad " \quad 2 \times 4 = 8$$

$$8 : ? = 2 \quad " \quad " \quad 4 \times 2 = 8$$

$$8 : ? = 1 \quad " \quad " \quad 8 \times 1 = 8$$

$$8 : ? = 2 \frac{2}{3} \text{ Sin análisis.}$$

$$8 : ? = 1 \frac{3}{5}$$

$$8 : ? = 1 \frac{2}{6}$$

$$8 : ? = 1 \frac{1}{7}$$

En atención a que el concepto del dos tiene un círculo tan estrecho, que solamente permitió tratar la fracción  $\frac{1}{2}$ , ampliaremos sobre cualquiera de los ejercicios vistos.

Distribuyendo 8 entre 5 personas, ¿cuántas unidades enteras recibe cada una? ¿Cuánto es el resto, o cuántas quedan? Tomemos una del resto y la partimos entre 5. ¿Cuánto recibe cada persona? Tomemos la otra y hagamos lo mismo. ¿Cuánto recibe cada una? Tomemos la otra y repetamos la operación. ¿Cuánto recibe cada una? De las tres unidades, ¿cuánto recibe cada persona? ¿Cuánto recibe de  $8 : 5$ ?

Cómo se llaman las partes de una unidad dividida en 2?

" " " " " " " " " " 3?

" " " " " " " " " " 4?

" " " " " " " " " " 5?

" " " " " " " " " " 6?

" " " " " " " " " " 7?

" " " " " " " " " " 8?

" " " " " " " " " " 9?

Por qué hay tercios en el resultado de  $5 : 3 = 1 \frac{2}{3}$   
 Por qué hay cuartos en el resultado de  $7 : 4 = 1 \frac{3}{4}$   
 Por qué hay séptimos en el resultado de  $9 : 7 = 1 \frac{2}{7}$   
 etc.

Los ejercicios deben distribuirse en:

- I Ejercicios mentales para fundamentar el concepto.
- II Ejercicios escritos y resueltos en el tablero.
- III Ejercicios escritos y resueltos en el pupitre.
- IV Ejercicios para tarea.
- V Ejercicios para examen.

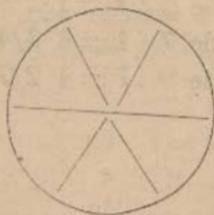
## EJERCICIOS DE PRUEBA

### Para signos

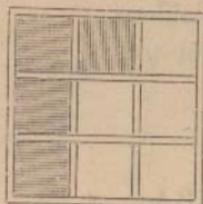
$2 + 5 = 7$	¿Cuál signo falta?
$8 - 4 = 4$	Escriba el signo que falta.
$3 \times 2 = 6$	Complete la operación con el signo.
$9 \div 3 = 3$	Coloque el signo omitido.

### Concepto numérico

.....	Escriba el número que corresponde a esa cantidad.
0000000	Tache la cantidad de ruedas que corresponden a 4
&&&&&& 657490	Tache entre esas cifras, la que expresa esa cantidad de signos.
	Expresa con una cifra la cantidad <i>nada</i> .
$3 + 3 + 3$	Convierta esta suma en multiplicación.



Sombree los  $\frac{3}{6}$  de esa figura.



Escriba con números la parte que falta por sombrear.



¿Qué especie es la de esa cantidad?

### La decena

*Dice el Programa: El concepto de decena es básico; no debe pasarse de allí mientras no se domine perfectamente. La lectura, la escritura y el análisis de cantidades; la suma, la resta, la división, los decimales, descansan en él.*

Cuente hasta 9. Agregue una unidad más. Exprese eso (sin resultado porque se supone que el niño no sabe escribir 10).  $9 + 1$ . Verifíquelo con dedos, lápices etc.

Vaya dando el resultado de la serie que canto:  $2 + 2$  (despacio)  $+ 2 + 2 + 2$ . ¿De qué otro modo formamos la cantidad 10? Diga el resultado de la serie siguiente:  $3 + 3 + 3 + 1$ . Idem de  $4 + 4 + 2$ ;  $5 + 5$  hasta formar por cálculo y luego por escrito la cantidad 10.

Fórmense las tablas siguientes:

$$\begin{array}{ll}
 9 + 1 = & 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = \\
 8 + 2 = & 3 + 3 + 3 + 1 = \\
 7 + 3 = & 4 + 4 + 2 = \\
 6 + 4 = & 5 + 5 = \\
 5 + 5 = & \\
 4 + 6 = & \\
 3 + 7 = & \\
 2 + 8 = & \\
 1 + 9 = &
 \end{array}$$

Suprímase luego la palabra *más* en las series y hágase la suma mental, dando solamente los resultados.

$$2, 4, 6, 8, \quad 10$$

$$3, 6, 9 + 1 = 10 \quad \text{Con este ejercicio se preparan los}$$

$$4, 8 + 2 = 10 \quad \text{múltiplos.}$$

$$5, 10$$

Por la extensión que presenta el número 10, parece conveniente indicar estos ejercicios en su concepto; pero su introducción ha de ser simultánea a los anteriores.

Efectuados los ejercicios de resta, y para rematar sus prácticas, son adecuados los de series descendentes, así:

Cante un niño los resultados de la serie que digo:

$$10 \text{ menos } 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1$$

Las series serán sin el signo:

$$10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0$$

$$10, 8, 6, 4, 2, 0$$

$$10, 7, 4, 1$$

$$10, 6, 2$$

$$10, 5, 0$$

Ejercicios de multiplicación y división como los indicados ya, completarán el concepto de 10 como cantidad. Con el de decena, derivado del de 10 comienza por escrito la primera combinación numérica, de la cual arranca la necesidad de análisis de cantidades indispensable en las operaciones y sistemas métrico y monetario del país.

Un papel de ₡ 10 en la mano derecha y 10 papeles de ₡ 1 en la otra.

¿Cuántos billetes tengo en la mano derecha? Cuento los de la izquierda. ¿Cuál cantidad de billetes es mayor? ¿Cuál vale más de las dos cantidades? ¿Cuál prefieren? Si los dos valores son iguales, ¿en qué consiste la diferencia? (*En la forma*). ¿Cuál es la diferencia entre la decena y diez unidades? ¿Qué tienen de igual una decena y diez unidades? ¿Por cuántas unidades cambiamos una decena? ¿Por cuántas decenas cambiamos diez unidades? *Usense los términos reducir, convertir.*

Atando 10 fósforos con un hilo, ¿qué formamos? (*Un rollo*) Una decena de fósforos. Preséntese una mano de 10 plátanos y 10 plátanos sueltos. Una moneda de 10 céntimos y 10 céntimos en 10 monedas. Un cuatro (decena de cincos) y 10 cincos. Un colón (decena de dieces) y 10 dieces separados. Un centímetro lineal y 10 ídem en un hilo. Un centímetro cuadrado y una franja de centímetros cuadrados.

*Escritura.* Presentando una decena de cualquier especie.  

$$d$$
 ¿Qué muestro a Uds.? Anótelos en el tablero. 1. (La *d* en la parte superior expresa el valor relativo). ¿Cuántas unidades sueltas hay? ¿Cómo se expresa ninguna? *Escríbalo a la par.*  

$$du$$
 10. ¿Cuántas decenas y cuántas unidades te-

nemos escritas? (*Una decena y 0 unidades*). Convirtiendo, ¿cuánto da por todo? Leamos esa expresión cifra a cifra. Una decena y cero unidades. ¿Reducida? Diez unidades. Repitamos la lectura de ambos modos. ¿Cómo se escribe la cantidad diez?

Leamos las expresiones siguientes:

<i>du</i>							
20	40	60	30	50	70	90	80

<i>du</i>							
12	23	35	44	57	68	76	99

Han leído hasta 99, dando sus valores relativos, sin haber pasado del círculo de 1 a 10 y practicando un análisis.

Dentro del círculo de 10 a 20, con esta base ampliarán el ejercicio con las correspondientes reducciones:

<i>du</i>	<i>du</i>	<i>du</i>
11 = 11 unidades	12 = 12 unidades	13 = 13 unidades

<i>du</i>	<i>du</i>	<i>du</i>
14 = 14 unidades	15 = 15 unidades	16 = 16 unidades

etc.

Este resulta un ejercicio muy simple sin apoyo del aritmógrafo, al cual ejercicio debe recurrirse cuando el maestro lo crea conveniente para variar la forma de trabajo.

Se da toda la extensión posible a los ejercicios y observaciones en atención a que el folleto es para el maestro.

Su buen uso depende del tino pedagógico con que trabaje y de las propias disposiciones para resumir o inten-

sificar, de acuerdo con la salud, capacidades y circunstancias de ambiente del niño.

Parece que las leyes que rigen en lo físico, se manifiestan en lo intelectual del mismo modo. Un hábito exagerado puede pasar a los dominios del vicio. Extremando la objetividad, puede comprometerse la mente del alumno en el vicio del atenuamiento, que anula el poder de abstraer, porque vuelve perezoso el cerebro. La objetividad es para provocar el impulso de la buena comprensión, como punto de apoyo del dinamismo mental.

Lo prudente es combinar los trabajos de objetividad con los gráficos para llegar gradualmente a la abstracción sin abuso de cualquiera de ellos. Es más, si se toma en cuenta que las facilidades son precursoras de la indiferencia, conviene a veces trabajar en temas discretamente difíciles a base de pura visión interna, con el doble fin de conocer la capacidad intuitiva y de procurar su desarrollo mediante casos que pongan dique a su indolencia.

*Memoria, entendimiento y voluntad* son las tres potencias del alma. Volcaría yo su orden y diría: *voluntad, entendimiento y memoria*, equivalentes a *atención, comprensión y fijación*, las tres actividades que lógicamente despierdan aquellos poderes; trinidad sin cuyo último elemento no puede existir el saber. En su virtud no es posible seguir cantando la protesta contra la memorización. La memoria es la despensa intelectual. Si cerramos sus puertas, careceremos de materia prima. Lo que no debe hacerse es memorizar antes de atender y comprender.

Según las observaciones anteriores, cumplen su misión las tablas como ejercicios de memorización y como síntesis de los trabajos indicados. Las tablas corrigen el relajamiento de la actividad, porque precisan el trabajo.

Las tareas y los exámenes permiten aquilatar el grado de responsabilidad que va adquiriendo el alumno.

Es prudente indicar que se hace grave daño al espíritu del niño cuando se le pone en duda la validez de su contestación. No cabe exigir a su tierna edad la firmeza del criterio adulto. Lo efectivo es desenvolver su confianza aceptando lo correcto y disuadirlo de sus errores sin perder el tiempo en divagaciones.