Año II | San José, C. R., 15 de junio de 1933 | Nº 12

LA ESCUELA COSTARRICENSE

EN ESTE NUMERO.

LECCIONES DE ARITMETICA

POR LA PROFESORA

ATILIA MONTERO

4237 - IMPRENTA NACIONAL - 1933

FE DE ERRATAS

Pág.	Línea	Donde dice	Léase
39	6	$12 \times 19 = 138$	$12 \times 19 = 228$
39	10	$19 \times 12 = 138$	$19 \times 12 = 228$
39	17	$55 \times 15 = 315$	$55 \times 15 = 825$
39	19	$99 \times 12 = 128$	$99 \times 12 = 1188$
39	22	$999 \times 12 = 1988$	$999 \times 12 = 11988$

LA ESCUELA COSTARRICENSE

REVISTA PEDAGOGICA MENSUAL

Organo de la Secretaría de Educación Pública

Director: MOISES VINCENZI

AÑO II | San José, C. R., 15 de junio de 1933 | Nº 12

PRELIMINAR

Bajo la dirección atinada del Sr. Vincenzi, esta revista viene a llenar una sentida necesidad pedagógica.

Rompe con la costumbre nuestra de dar preferencia a todo lo extranjero desvalorizando los propios esfuerzos.

Conforme con el título, el carácter regional, es su primera finalidad.

Por el contenido homogéneo de cada folleto, contribuye a la formación de la biblioteca del maestro, a quien le es dispendioso cercenar su exiguo sueldo para proveerse de los libros que han de fortalecer su obligada preparación. Y concentrando la exposición de una misma materia, facilita su consulta.

Permite desahogar la iniciativa de muchos que desean la publicidad de sus trabajos, cuando menos, para que no se les crea adormecidos en una tranquila apatía. De este modo provoca la publicación de textos costarricenses, y da lugar a exponer observaciones personales que robustezcan el criterio pedagógico de nuestro maestro a base de convicciones propias, y no de idealistas teorizaciones que desconciertan cuando, por circunstancias disidentes, no dan el resultado con que se sueña.

Guarda el decoro nacional, porque saliendo de Costa Rica, no devuelve a los otros países sus propias producciones, sino algo legítimamente original.

El maestro no lee, se dice constantemente. En efecto, *no lee, pero estudia y consulta;* y a favorecer aquella tendencia va "La Escuela Costarricense", con su volumen corto, que, a despecho del cansancio producido por las tareas escolares, se puede saborear en poco tiempo.

Bien está que otra revista, patrocinada de igual manera por distinguidos elementos del Personal Docente, aporte a nuestro seno experiencias de pueblos adelantados, con las cuales podamos comparar y pulir las nuestras.

La autora

LECCIONES DE ARITMETICA

El primer grado puede y debe tomarse en toda escuela como el curso de adaptación a la vida escolar; y la iniciación de cada asignatura en este grado, como la adaptación a ella misma. Por esta razón tiene el carácter de independiente a pesar de la relación que su importancia básica le asigna en el éxito de los demás grados.

Así se explica que el primer grado comprenda la adquisición de conceptos numéricos y de operaciones, a diferencia del desarrollo de temas que en círculos concéntricos se trata en los demás.

Esto justifica el que después del estudio de algunos conceptos que se extienden hasta el segundo grado, trate ahora por temas la materia en toda su intensidad para que vaya siendo aplicada gradualmente en el resto.

CONCEPTO DE CENTENA

Comiéncese el segundo grado con una afirmación de la materia de primero, ya sea englobando los puntos del programa o repasando lo anterior al abordar cada nuevo tema.

Se leyó en primer grado la serie siguiente:

10	Una decena, cero unidades.
20	Dos decenas, cero unidades.
30	
40	
50	
60	
70	
80	
90	Nueve decenas, cero unidades.

Presentando una centena de fósforos u otro material, ordénese:

Quite diez unidades contándolas. Agréguelas nuevamente. Quite una decena. Escriba en el tablero el número de decenas quitadas:
d du
1. Escriba el número de unidades que quitó 10. Lea analizando.
(Una decena, cero unidades). Lea convirtiendo (diez unidades).

Vuelva a formar la cantidad. ¿Cuántas unidades sumó? ¿Cuántas decenas y cuántas unidades sueltas o *simples* agregó? (Una decena y cero unidades *simples*).
du

Separe una decena y una unidad. Escriba eso. 11. ¿Cuántas unidades por todo? Separe una decena y dos unidades. Escríbalo. 12. Lea analizando. Lea convirtiendo. ¿Cuántas veces está diez en 12? (Una vez y quedan dos unidades). Lea el número 12 de tres maneras. (Una decena y dos unidades; una vez diez y dos unidades; doce unidades). Cuente de dos en dos, de tres en tres, de cuatro en cuatro hasta doce. Cuente de la misma manera descendiendo.

Este ejercicio sobre el número que se va tratando, hasta veinte, constituye un repaso que inicia el concepto de la centena. Cuente y escriba en numeración seguida desde diez hasta veinte y ordénelo en columna. (El maestro irá colocando simultáneamente a la par, para ser leídas y copiadas, las denominaciones de estos números, a fin de enseñar o por lo menos de iniciar su correcta expresión y ortografía).

10 Diez
11 Once

12 Doce
13 Trece
14 Catorce
15 Quince
16 Diez y seis
17 Diez y siete
18 Diez y ocho
19 Diez y nueve
20 Veinte

Cuente Ud. veinte unidades de uno en uno. ¿Cuántas veces uno cuenta para formar veinte? Escriba eso.

$$20 \times 1 = 20$$

Si hubiéramos de repartir veinte de uno en uno, ¿entre qué número repartiríamos? Escriba eso.

$$20 : 20 = 1$$

¿Cuántas veces contiene veinte a uno? ¿Cuántas veces contiene veinte a veinte?

Cuente de dos en dos hasta formar veinte. ¿Cuántas veces cuenta dos para formar veinte? Escriba eso.

$$10 \times 2 = 20$$

Si hubiéramos de repartir veinte de dos en dos, entre cuál número repartiríamos? Escríbalo.

$$20 : 10 = 2$$

¿Cuántas veces contiene veinte a dos? Cuente de tres en tres hasta formar veinte. ¿Cuántas veces tres cuenta y cuánto más? Escriba eso.

$$6 \times 3 = \qquad + 2$$

Si hubiéramos de repartir veinte de tres en tres, ¿entre cuál número repartiríamos y cuánto quedaría? De otro modo. ¿Cuál es el residuo? Exprese eso por escrito. 20 : 6 = 3 y 2 de residuo.

¿Cuántas veces contiene veinte a tres? ¿Qué parte es tres de veinte?

Nota: *En la forma escrita (que debe ser precedida por el ejercicio mental), puede iniciarse la colocación del residuo bajo el dividendo.*

Continúese el ejercicio hasta obtener los siguientes resultados:

Series de cuatro ascendentes: 4 - 8 - 12 - 16 - 20; descendentes: 20 - 16 - 12 - 8 - 4.

Veces cuatro que se cuentan: 5 x 4.

Entre cuál número si hubiéramos de repartir de 4 en 4 20 : 5.

Serie de cinco ascendente: 5 - 10 - 15 - 20; descendente: 20 - 15 - 10 - 5 - 0.

Veces cinco que se cuentan: 4 x 5.

¿Entre cuál número se repartiría de 5 en 5? 20 : 4.

Serie de seis ascendiendo: 6 - 12 - 18 + 2.

Serie de seis descendiendo: 20 - 14 - 8 - 2.

Al maestro: Este despunte de Algebra donde se manifiestan los signos, contrarios, es un alerta para darle forma discreta a los ejercicios y prever las dificultades. Obsérvese, además, cómo de las bases cuidadosas y graduales puede depender la buena comprensión de los estudios superiores, todo lo cual constituye la *buena preparación*.

Veces seis que forman a 20: 3 × 6 + 2.

Número entre el cual podemos repartir a 20 de 6 en 6: 20 : 3 y 2 de residuo.

Nota: El signo + denota la analogía entre las operaciones de suma y multiplicación y el — entre las de resta y división.

Serie de 7 ascendiendo: 7 - 14 + 6.

Serie descendiendo: 20 - 13 — 6.

Veces siete que se cuentan: 2 × 7 + 6.

Número entre el cual se reparte de 7 en 7: 20 : 2 y 6 de residuo.

Procediendo así con el 8 y el 9 quedan estudiadas las tablas y los múltiplos e iniciados los divisores dentro del círculo de 1 a 20. Va formándose el concepto de residuo y aproximación en la división.

Naturalmente, el maestro debe llamar la atención al niño sobre estos fenómenos, agregando al trabajo de intuición el de expresión.

Completa otra vez la centena. Quite dos decenas y una unidad. Escríbalo. Lea en todas formas lo que escribió. (Dos decenas y una unidad; dos veces diez y uno; veintiuna unidades). Escriba la palabra veintiuna. Cuente de uno en uno hasta veintiuno. Repítase este ejercicio quitando 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, etc., hasta llegar a 30.

¿Cuántas decenas resta cuando quita diez unidades? ¿Cuántas cuando quita veinte? ¿Cuando quita treinta? Cuente de diez en diez hasta treinta ascendiendo y descendiendo.

Estos ejercicios efectuados en los círculos del 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100 forman desintegrando e integrando, el concepto de centena.

El cálculo mental en seguidillas, afirma los conceptos de las operaciones.

Cante los resultados de esta serie: 1+10+10+10+10 +10 hasta 91.

91—10—10—10—10—10—10—10—10 hasta llegar a 1.

2+10+10+10+10+10+10+10+10+10.

92—10—10—10—10—10—10—10—10—10 etc. etc. etc.

Concepto de mil.

El mejor modo de que lo adquieran es el de contar en series de 10, 20, 25, o 50. Ejemplo:

	50	cincuenta
	100	cien
	150	ciento cincuenta
	200	doscientos
	250	doscientos cincuenta
LEA HACIA ABAJO	300	trescientos
	350	trescientos cincuenta
	400	cuatrocientos
	450	cuatrocientos cincuenta
	500	quinientos
	550	quinientos cincuenta
	600	seiscientos
	650	seiscientos cincuenta
	700	setecientos
	750	setecientos cincuenta
LEA HACIA ARRIBA	800	ochocientos
	850	ochocientos cincuenta
	900	novecientos
	950	novecientos cincuenta
	1000	mil (un millar)

(Obsérvese la nueva cifra que aparece y el nuevo lugar que ocupa).

Para los otros conceptos, series de 100—200—250 500, ascendiendo y descendiendo, siempre con el cuidado de anotar la nomenclatura correspondiente para su mejor escritura y pronunciación.

ANALISIS DE CANTIDADES

Con base en los conocimientos de decena y centena, se proseguirá en la adquisición de los conceptos de las demás potencias de diez (mil—unidad de millar; diez mil—decena de millar).

Tengamos entendido que para sistematizar este punto se parte de lo iniciado en primero y segundo grados.

Escriba una unidad. 1. ¿Cuántas cifras escribe? ¿Cuántos lugares ocupa? ¿Cuál es el valor de esa cifra? ¿Qué nombre tiene el signo que la representa? ¿Cuál lugar ocupa? El *orden* que corresponde a ese lugar se llama el orden de las unidades.

Escriba a la par una decena. 11. Lea la cantidad. ¿Cuántas cifras empleó? ¿Cuántos signos? ¿Qué valor tiene cada cifra por su signo? ¿Cuántos lugares ocupó? ¿Cuántos órdenes! ¿Cuál es el primer lugar? ¿Cuál el segundo? ¿Qué orden corresponde al primer lugar? ¿Cuál al segundo? ¿Cuántas decenas hay en el orden de las decenas? ¿Cuántas unidades en el orden de las unidades? ¿Cuántas unidades en toda la cantidad? ¿Cuál de las dos cifras vale más por el signo? ¿Cuál por el lugar que ocupa? ¿Cuántas veces la cifra de las unidades vale la de las decenas? Siendo igual signo, ¿por qué vale más el del segundo lugar que el del primero?

Nota.—Como el libro es para el maestro, no creo de necesidad dar las contestaciones; pero como también en la lectura puede haber distracción, daré de cuando en cuando la correspondiente respuesta.

Vale más el signo del segundo lugar porque corresponde al orden de las decenas que también es mayor.

¿Cuántas veces es mayor el orden de las decenas que el de las unidades?

Nótese que el lugar corresponde al orden y el orden al valor (aquí la diferencia de concepto).

Escriba la cifra uno en el tercer lugar. ¿Cuántas cifras anotamos? ¿Cuántos lugares se ocupan? ¿Cuántos órdenes? Señale el primer lugar. Lea la cifra. Diga el orden al cual corresponde. Señale el segundo lugar. Lea la cifra. Diga el orden a que corresponde. Señale el tercer lugar. Lea la cifra. ¿A qué orden corresponde? ¿Por qué lee siempre uno? (Porque es el valor del signo). ¿Cuánto vale en unidades el segundo signo? ¿Cuánto vale en unidades el tercer signo? ¿Por qué vale más? (Por el lugar que ocupa). ¿A qué corresponde el aumento de valor? (Al orden que ocupa.) ¿Cómo se llama el tercer orden? ¿Cuántas veces es mayor el orden de las decenas que el orden de las unidades? ¿Cuántas veces es mayor el orden de las centenas que el orden de las decenas? 111. Lea esa cantidad por sus órdenes. (Una unidad, una decena, una centena). Léala en unidades (convertida). Ciento once unidades. ¿Cuántas centenas hay? ¿Cuántas decenas en el orden de las centenas? Cuántas decenas en el orden de las decenas? ¿Cuántas decenas en toda la cantidad? ¿Cuántas unidades en el orden de las centenas? ¿Cuántas unidades hasta el orden de las decenas? ¿Cuántas unidades en toda la cantidad?

Escrita la misma cantidad 111 ordénese:

Escriba debajo del primer lugar el valor del signo que lo ocupa. Quedará así:

En renglón siguiente haga lo mismo	111
con la segunda cifra.	1
Idem en renglón siguiente con la ter-	1
cera cifra.	1

Repítase la cantidad y ordénese:

Escriba debajo de la cantidad en el primer lugar el valor de la cifra en unidades.	Quedará así:
	111
Escriba en renglón siguiente el valor de la segunda cifra en unidades.	1
	10
Escriba en renglón siguiente la cifra del tercer lugar convertida en unidades.	100

NOTA.—Este ejercicio tiene su importancia para el concepto de valores relativo y absoluto de los números y el valor relativo la suya en cuanto se refiere a la lectura de cantidades que es la lectura de valores relativos. Véase siguiendo la flecha y modificando en lo necesario la expresión: leeremos 111, que es la suma de $100 + 10 + 1$. Sobre las cantidades 222 333 444 etc., se pueden efectuar otros ejercicios con una ligera variante, de modo que prepara otro necesario contra algunos errores con los cuales seguramente habrá tropezado algún maestro.

Escrita la cantidad 635. ¿Cuántos lugares se ocupan? ¿Cuántos órdenes tiene esa cantidad? ¿Qué cifra está en el orden de las unidades? ¿Cuál en el de las decenas? ¿Cuál en el de las centenas? Diga el propio valor del primer signo. Diga el del segundo. El del tercero. ¿Cuántas centenas hay en el orden de las centenas? ¿Cuántas centenas en toda la cantidad? ¿Cuántas decenas en el orden de las centenas? ¿Cuántas decenas en el orden de las decenas? ¿Cuántas decenas en toda la cantidad? ¿Cuántas unidades en el orden de las centenas? ¿Cuántas en el orden de las decenas? ¿Cuántas en toda la cantidad? ¿Cuántas veces el valor de las unidades está contenido en el valor de la cifra que corresponde al orden de las decenas? ¿Cuántas en el valor de las centenas? ¿Cuántas veces el valor de la cifra de las decenas está en el orden de las centenas? Si se hacen las operaciones equivaldría a:

$30 : 5 = 6$	ó	$6 \times 5 = 30$
$600 : 30 = 20$		$30 \times 20 = 600$
$600 : 5 = 120$		$5 \times 120 = 600$

En cantidades de cifras iguales el resultado será siempre de 10 o potencias de 10 así:

444

$$40 : 4 = 10$$
$$400 : 4 = 100$$
$$400 : 40 = 10$$

Todo el ejercicio se reduce a aclarar que no son las cifras sino los órdenes los que aumentan o disminuyen de diez en diez.

A la inversa. En la cantidad 635.

¿Qué parte de la decena es el valor de la cifra que ocupa el lugar de las unidades? ¿Cuántas decenas completas y cuántas partes hay en toda la cantidad? Varíese el 5 (632) y repítase la pregunta para obtener la contestación:

Hay 63 decenas y 2 décimos de decena. Vuélvase a la cantidad 635. ¿Cuántas centenas y cuántas partes de centena hay en toda la cantidad?

Con distintos ejercicios trátese de llegar a las contestaciones siguientes:

En 635 hay 6 centenas y 35 centésimos de centena; 6 centenas, 3 décimos de centena y 5 centésimos de centena.

Son ejercicios de inmediata aplicación al sistema métrico y monetario.

Continúa el mismo ejemplo a fin de establecer claramente la relación. 635

Lea esa cantidad sin especie. Aplique la especie metros 635 m. ¿Cuántos metros expresa la cifra del primer lugar? ¿A qué orden se refiere la inicial de la especie? (A las unidades enteras). ¿Cuántas decenas de metros hay en el orden correspondiente? ¿Cómo se llaman las decenas de metros? ¿Cuántos decámetros hay en ese orden? ¿Cuántas centenas de metros hay en la cantidad? ¿Cómo se llaman las centenas de metros? ¿Cuántos hectómetros hay en el orden correspondiente? ¿Cuántos decámetros hasta el segundo lugar? ¿Cuántos decámetros y cuántos décimos de decámetro? ¿Cuántos hectómetros y cuántos centésimos de hectómetro? Lea la cantidad de todos los modos posibles.

Sesenta y tres decámetros, cinco metros. Sesenta y tres decámetros, cinco décimos. Seis hectómetros, tres décimos y cinco centésimos de hectómetro. Seis hectómetros, tres decámetros, cinco metros. Seis hectómetros, treinta y cinco centésimos. Seis centenas de metros, tres decenas de metros, cinco metros etc.

Este ejercicio variando la especie:

635 Unidades
635 Metros

635 Kilogramos
635 Decalitros
635 colones etc. etc.

y dándole toda la extensión hasta culminar en la lectura y escritura de cantidades en abstracto y concretas con las limitaciones de su índole, así:

869 354 693 856 124 798 635

El cálculo mental en análisis de cantidades puede basarse en las conversiones de unos órdenes a otros.

cent. de mill.	dec. de mill.	unid. de mill.	centenas	decenas	unidades	cent. de mill.	dec. de mill.	unid. de mill.	centenas	decenas	unidades	cent. de mill.	decena de mill.	unidad de mill.	cent. de mill.	dec. de mill.	unid. de mill.	centenas mill.	decenas mill.	unidades mill.	centenas	decenas	unidades
3	5	0	0	9	6	3	5	4	6	9	3	8	5	6	1	2	4	7	9	8	6	3	5
Trillón						Billón						Millón						Simples					

Cada cifra constituye un orden; cada tres cifras un período; cada seis cifras una clase.

Los órdenes unidades, decenas y centenas, se repiten lo mismo que los períodos unidades, decenas, centenas, unidades de millar, decenas de millar, centenas de millar. Las clases son infinitas.

Las frecuentes reducciones aclaran el concepto y afirman la corrección de la escritura y lectura.

Escrita la cantidad 586932 pregúntese: ¿Cuál es el valor de cada cifra por el signo que representa? De otro modo: ¿Cuál es el valor absoluto de cada cifra? ¿Cuál es el valor

de cada cifra en unidades por el orden que le corresponde? De otro modo: ¿Cuál es el valor relativo de cada una de esas cifras? (en decenas, en centenas, unidades de millar etc.)
586932 Escriba los valores relativos debajo y correspondiendo.

2 dos
y
30 treinta
900 novecientos
6000 seis mil
y
80000 ochentamil
500000 quinientosmil

586932 Quinientos ochenta y seis mil novecientos treinta y dos.

Compare la cantidad propuesta con la suma de sus valores relativos y diga lo que observa.

Principio: Toda cantidad es la suma de sus valores relativos.

SUMA

Cuente Ud. de dos en dos

2 4 6 8 10 12 14 etc. (múltiplos).

Cante el total de la serie que propongo: 1 más dos, más 2, más 2, más 2, más 2, más 2, etc.

Lo corriente es que el niño diga: "Uno y dos, tres; tres y dos, cinco; cinco y dos, siete, etc.

Ordénese: Dé el resultado sin repetir los sumandos. 1 - 3 - 5 - 7 - 9 - 11 - 13 - 15, etc.

Cante el total de la nueva serie sin repetir los sumandos y omitiendo la y.

1+3+3+3+3+3+3+3+3 etc.

Las series con distintas razones (pues son progresiones) resultan así:

Razón 3: 1 - 4 - 7 - 10 - 13 - 16 - 19 - 22 - 25 - 28
31 - 34 - 37 - 40 - 43 - 46 - 49, etc.

Razón 4: 1 - 5 - 9 - 13 - 17 - 21 - 25 - 29 - 33 - 37, etc.

Razón 5: 1 - 6 - 11 - 16 - 21 - 26 - 31, etc.

Razón 6: 1 - 7 - 13 - 19 - 25 - 31 - 37 - 43 - 49 - 55 etc.

Razón 7: 1 - 8 - 15 - 22 - 29 - 36 - 43 - 50 - 57.

Razón 8: 1 - 9 - 17 - 25 - 33 - 41 - 49 - 57 - 65 - 73.

Razón 9: - 1 - 10 - 19 - 28 - 37 - 46 - 55 - 64 - 73 - 82.

Con la razón diez es bueno el ejercicio para cálculo mental, pero como preliminar de la suma por escrito es innecesario desde que las columnas se suman por sus valores absolutos.

La corrección en la suma depende de leer y escribir bien las cantidades, como también de atender debidamente a su colocación y cálculo.

El cálculo mental puede variarse con ejercicios como el siguiente:

$1 + 3 = 4$	$2 + 3 = 5$	$3 + 4 = 7$
$21 + 3 = 24$	$22 + 3 = 25$	$23 + 4 = 27$
$31 + 3 = 34$	$32 + 3 = 35$	$33 + 4 = 37$
$41 + 3 = 44$	$42 + 3 = 45$	$43 + 4 = 47$
$51 + 3 = 54$	$52 + 3 = 55$	$53 + 4 = 57$
$61 + 3 = 64$	$62 + 3 = 65$	$63 + 4 = 67$
$71 + 3 = 74$	$72 + 3 = 75$	$73 + 4 = 77$
$81 + 3 = 84$	$82 + 3 = 85$	$83 + 4 = 87$
$91 + 3 = 94$	$92 + 3 = 95$	$93 + 4 = 97$

Después de estos ejercicios, recalcando el fin, pregúntese: ¿Cuánto es 22 y 7? ¿Por qué? ¿Cuánto es 36 y 3? ¿Por qué?

Cante un niño el total de lo que voy sumando:
2 más 3 más 5 más 8 ó 2 y 3 y 5 y 8.
Escriba eso en columna.

2 +	Dando solamente los resultados dirán:
3 +	2 - 5 - 10 - 18. ¿Cuántas unidades hay en el
5 +	total? ¿Dónde las coloca? ¿Cuántas decenas?
8 =	¿A qué lugar corresponden? Escriba ese
——	total.

Disponga horizontalmente esa suma en el tablero: $2 + 3 + 5 + 8 = 18$. Verifíquela y escriba el total.

Insístase siempre en el uso de los términos técnicos para que el niño se familiarice con ellos y su significado.

Luego ejercicios con los pasos que pide el programa.

Decenas y unidades más unidades sin llevar.

$22 + 2 = 24$ (Primero al cálculo y luego por escrito).

22 +	¿Cuánto suma la columna de unidades? En qué
2 =	lugar se coloca ese total? ¿Cuánto suma la co-
——	lumna de las decenas? ¿En qué lugar se co-
24	loca ese total?

Decenas y unidades más unidades llevando.
$27 + 6 = 33$ (Al cálculo o por órdenes).

27 +	¿Cuál es el total de la columna de unidades?
6 =	¿Cuántas unidades y cuántas decenas forman?
——	¿Dónde se colocan las unidades? ¿A qué nú-
33	mero se le agrega la decena formada? ¿Cuál

es el total de las decenas? Escríbalo en el lugar que corresponde.

Decenas más decenas, etc.

OTRO EJERCICIO

Dé el total de dos más dos. Escríbalo. $2 + 2 = 4$.

De veinte más veinte. Escríbalo: $20 + 20 = 40$.

De doscientos más doscientos: $200 + 200 = 400$.

De dos mil más dos mil: $2000 + 2000 = 4000$, etc.

¿Cuáles cifras se suman? (Las significativas, esto es, las que tienen valor (todas las de la numeración menos el cero).

¿Cómo se completa la cantidad? (Con los ceros que necesitan los órdenes expresados por las cifras no significativas), o con los ceros que se necesitan para reducir a unidades el total de los valores relativos.

Nota: doy las contestaciones cuando pienso que no pueden estar al alcance de quien consulta.

Repítanse estos ejercicios al cálculo y por escrito con el 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 12, 13 etc., insistiendo en la observación.

Ejercicio:

45

---

2 +
3 +
5 +
8 +
7 +
9 +
0 +
1 +
4 +
6 =

45

¿Cuántos sumandos tiene esta operación? Lea el tercer sumando. Lea el quinto, el octavo etc. Sume de abajo para arriba. ¿Cómo resulta el total comparado con el anterior? Cambie el orden de los sumandos. ¿Varía el total? ¿Cómo podemos comprobar la suma? Suprima un sumando. ¿En cuánto disminuye el total?

Para completar el tema *SUMA,* bien podría extenderme hasta decimales, fracciones y complejos, pero agotaría el tratamiento de cada uno de esos puntos que se componen del concepto y sus operaciones.

Muchas son las formas de abordar estas cuestiones. Pero si de algo podría estar satisfecha, es de que los presentes desarrollos sugieran otras maneras de tratarlas, ya que resultaría prolijo su absoluto estudio.

LA RESTA

Cante el resultado de la serie siguiente:

20 — 2 — 2 — 2 — 2 — 2, etc.

Cante el resultado de la serie:

100 — 3 — 3 — 3 — 3 — 3, etc.

Dé los resultados de:

1000 — 20 — 20 — 20 — 20, etc.

Así, con todos los dígitos y los números de fácil canto como 10, 20, 25, 50.

De otro modo: dé los resultados de:

10 — 3	100 — 30	1000 — 300
10 — 4	100 — 40	1000 — 400
10 — 5	100 — 50	1000 — 500
10 — 6	100 — 60	1000 — 600
10 — 7	100 — 70	1000 — 700
10 — 8	100 — 80	1000 — 800
10 — 9	100 — 90	1000 — 900 etc.

Escriba el *minuendo* 8 para quitarle el *sustraendo* 6.

8 — 6 = ? ¿Cuál es la diferencia? (Pregúntese unas veces con el término diferencia; otras con el término resta y otras con el término residuo).

Disponga la operación en columna, de modo que se correspondan las unidades:

8 —	Lea el minuendo. El sustraendo. Separe la ope-
6 =	ración indicada, con una línea horizontal. Escriba
——	la diferencia. ¿Por qué van todos los términos en
2.	una misma columna?

¿Cuál es el mayor de los términos? ¿Cuál el menor? Compare el minuendo con el sustraendo. Exprese la operación 9 — 3.

9 —	Señale el minuendo. Señale el sustraendo. ¿Cuál
3 =	es mayor? Lea el residuo. Compárelo con la res-
——	ta anterior. ¿Cómo es siempre el minuendo con
6.	respecto al sustraendo? Expréselo a la inversa.
	¿Es siempre la diferencia el menor de los términos?

Nota: Todas estas observaciones se ilustrarán con un buen número de ejercicios. Sirven para dar novedad a la repetición, que afirma el tecnicismo y el concepto de la operación en análisis.

Vamos a sustraer la cantidad 8 de la cantidad 29. ¿Cuál escribe primero. Anótela. ¿Cuál después? ¿Dónde anota las unidades que va a restar? ¿Por qué? Escríbalo. Verifique la operación. Escriba a la par del número que corresponde la palabra minuendo, la palabra sustraendo, la palabra resta. (Residuo o diferencia).

La dificultad de armonizar en un libro de matemáticas, la comprensión de quien consulta, con la claridad de quien escribe, consiste especialmente en el imposible de poner en práctica la simultaneidad del decir con el hacer.

Para quien pretende estudiar bien, es aconsejable que vaya verificando lo que lee.

ALTERACIONES

Repita en columna seis veces el minuendo 15. ¿Varía el minuendo?

15 — 1 = 14
15 — 2 = 13
15 — 3 = 12
15 — 4 = 11
15 — 5 = 10
15 — 7 = 8
15 — 8 = 7

Ponga los sustraendos que voy a dictar. ¿Varió el sustraendo? Busque las diferencias. Por qué es menor la diferencia 7 que la resta 14? Desde el número 1 hasta el número 8, ¿cómo varía el sustraendo? Desde el número 14 hasta el número 7, ¿cómo varía el residuo? ¿Qué ocurre si sólo aumenta el sustraendo? El ejercicio inverso completa este conocimiento.

Repita en columnas cuatro veces el mismo sustraendo.

— 4 =
— 4 =
— 4 =
— 4 =

¿Varía el sustraendo? Escriba los minuendos que voy a dictar: 6, 7, 8. 9. Verifique las restas. ¿Qué sucede a la diferencia cuando aumenta el dividendo?

Hágase el ejercicio inverso.

6 — 4 = 2
7 — 4 = 3
8 — 4 = 4
9 — 4 = 5
10 — 4 = 6
11 — 4 = 7

Para la exposición escrita sigo este método. En la práctica la simultaneidad de lo propuesto, la verificación y lo observado da mejor efecto. Escriba 8 — 3, 9 — 4, 12 — 7 y verifique las operaciones.

8 —	9 —	12 —
3 =	4 =	7 =
5	5	5

¿Cuántas unidades más tiene el minuendo 9 que el minuendo 8? ¿Cuántas más el sustraendo 4 que el sustraendo 3? ¿Cómo son sus diferencias? ¿Cuántas unidades más tiene el minuendo 12 que el minuendo 9? ¿Cuántas unidades más tiene el sustraendo 7 que el sustraendo 4? ¿Cómo son sus diferencias? ¿Cuando aumenta el minuendo, en el mismo número que el sustraendo, altera la resta?

¿Cuántas unidades menos tiene el minuendo 8 que el minuendo 12? ¿Cuántas menos el sustraendo 3 que el sustraendo 7? Cuando disminuyen el minuendo y el sustraendo en el mismo número de unidades, ¿qué pasa a la diferencia? ¿Siendo la diferencia entre 15 y 8 de 7, qué sustraendo le corresponde al minuendo 18 para que dé 7? ¿Cuál a 21 para que dé la misma diferencia? ¿Cuál a 16 para el mismo fin?

Ejercicio:

14 —	? —	9 —	18 —	? —
5 =	6 =	? =	? =	7 =
9	9	9	9	9

¿Cuánto debemos aumentar al minuendo para que la resta no se altere? Nótese que este ejercicio prepara la *compensación* en la resta. (Es común oir decir *llevamos*). En la resta no se lleva, se compensa.

28 — 19 = ———	¿Podemos restar de 8 unidades 9 unidades? ¿Hay más unidades en la cantidad? ¿En cuál orden las encontramos? ¿Con una decena *convertida*, más, podemos efectuar la resta? ¿9 y cuántos de diferencia son 18? ¿Dónde colocamos esa diferencia?

Escríbala:

28 — 19 = ——— 9	¿Cuántas decenas quedan en el minuendo para continuar la resta? Si dejamos el 2, para no alterar la cifra, ¿cuánto agregamos al minuendo?

Para que no varíe la diferencia ¿qué debemos hacer en el mismo orden del sustraendo?

1 para compensar, más 1 del sustraendo son dos y 0 de diferencia, igual 2 del minuendo.

Para afirmar y graduar estos conocimientos, síganse los pasos que marca el programa.

En nota anterior me referí a la importancia de las bases con relación a los estudios superiores.

La amplitud del siguiente ejercicio propasando el límite de la enseñanza primaria va encaminada a afirmar lo dicho.

15 — 1 = 14
15 — 2 = 13
15 — 3 = 12
15 — 4 = 11
15 — 5 = 10
15 — 6 = 9
15 — 7 = 8
15 — 8 = 7
15 — 9 = 6
15 — 10 = 5

15 — 11 = 4
15 — 12 = 3
15 — 13 = 2
15 — 14 = 1
15 — 15 = *0* Límite entre las cantidades po-
15 — 16 = — 1 sitivas y negativas y punto de par-
15 — 17 = — 2 tida de sus direcciones contrarias.
15 — 18 = — 3
15 — 19 = — 4 etc.

MULTIPLICACION

Puede decirse que el dominio de las tablas de multiplicar constituye el aprendizaje de esta operación. Auxiliares poderosos son el análisis de cantidades y su escritura. Pero la mayor importancia es la de ser base imprescindible del tratamiento de la división por ser la recíproca.

Exprese la operación 2 veces 3. 2×3
¿Qué números van a formar el resultado? Verifíquelo. $2 \times 3 = 6$.

¿Cuáles son los factores de ese *producto* 6? Dé ejemplos de otros factores.

Cuál es el producto de:

2×4 3×3 6×2 5×2

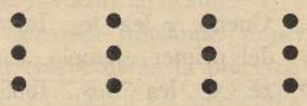
¿Cuándo decimos que los números son factores? ¿Al resultado de cuál operación llamamos producto?

Debajo de la operación 2×3 escriba 3×2, con sus productos:

$2 \times 3 = 6$ ¿Son distintos los factores? ¿Qué es lo
$3 \times 2 = 6$ que cambia de ellos? ¿Altera el producto con el cambio del orden de los factores?

Enuncie eso. *El orden de los factores no altera el producto.* (Primer principio).

Presentando la gráfica siguiente: a) Cuántas filas de 3 puntos hay? ¿Cuántas veces 3 puntos? ¿Cuál es el producto? Escriba eso;



b) ¿Cuántas filas de 4 puntos hay? ¿Cuántas veces 4 puntos? ¿Cuál es el producto? Escriba eso. ¿Varía el contenido del dibujo? ¿Es lo mismo 3×4 que 4×3?

Queda probado objetivamente el principio anterior.

$4 \times 8 = 32$ Señale y lea cada factor. Señale y lea el producto. Multiplique la mitad de un fac-
$2 \times 8 = 16$ tor por el otro. ¿Qué relación tiene ese producto con el anterior? Multiplique la
$2 \times 4 = 8$ cuarta parte del otro factor por el primer factor. ¿Qué relación tiene el producto 8 con el producto 32? ¿Qué sucede al producto si se divide un factor? (Si se divide un factor, queda dividido el producto). Con el mismo ejemplo:
$4 \times 8 = 32$ Triplique el primer factor.
$12 \times 8 = 96$ Compare los productos.
Duplique el segundo factor.
$4 \times 16 = 64$ Compare los productos.
¿Qué sucede si se multiplica un factor?

Exprese las dos observaciones en una sola. (Dividiendo o multiplicando un factor por un número, se divide o multiplica el producto por el mismo número). (Segundo principio).

NOTA.—Obsérvese el caso con un producto de varios factores, para dejar base a la simplificación de fórmulas.

$$12 \times 8 \times 5 = 480$$

I) $3 \times 2 \times 5 \times 7 \times 4 = 840$

II) $30 \times 28 = 840$

Cuente y lea los factores del primer ejemplo. Cuente y lea los factores del segundo ejemplo. Compare sus productos. Haga el producto de $3 \times 2 \times 5$. ¿Lo encuentra en la segunda operación? Haga el producto de 7×4. ¿Dónde lo encuentra? ¿Pueden los factores ser reemplazados por su producto sin variar su resultado total? (Enuncie lo que observa). (Varios factores pueden ser reemplazados por su producto). (Tercer principio).

Este ejercicio aclara ciertas dudas sobre las operaciones con los factores del numerador de fórmulas aplicadas, como las del interés.

$3 \times 4 = 12$

$3 \times ? = 12$

$? \times 4 = 12$

¿Cuántas veces está 3 en 12? ¿Qué operación debe hacer para obtener el 4? ¿Cuántas veces está 4 en 12? Qué operación debe hacer para buscar el 3? ¿Qué indica la pregunta? ¿Cómo se obtiene el factor desconocido? Enuncie eso. (Cuarto principio: se encuentra un factor desconocido dividiendo el producto entre el factor conocido).

Para señalar la importancia de este principio recurro a un ejemplo que puede parecer extemporáneo pero que no debe descuidarse. En Geometría, siendo las dos dimensiones del rectángulo los factores que determinan como producto la superficie, si se desconoce cualquiera de ellas es fácil encontrarla razonando con aplicación de este principio. Además en el curso de los desarrollos de temas de aritmética se verá frecuentemente aplicado.

Conviene adelantar experiencia, advirtiendo que, para evitar tropiezos en la práctica de la multiplicación, es bueno tomar en cuenta los siguientes casos:

I Multiplicación por la unidad seguida de ceros.
II Cuando el multiplicador termina en cero o en ceros.
III Cuando el multiplicando termina en cero o en ceros.
IV Cuando ambos factores terminan en cero o en ceros.
V Cuando el multiplicando tiene cero o ceros en medio.
VI Cuando los tiene el multiplicador.
VII Cuando los tienen ambos factores.
VIII Cuando el multiplicador tiene unos.
IX Cuando el multiplicador tiene cifras repetidas.
X Cuando el multiplicador tiene más cifras que el multiplicando. (En este caso, para no perder la lógica del razonamiento, acúdase al principio que dice: "El orden de los factores no altera el producto", para facilitar la operación, ganar tiempo y economizar energías).

ABREVIACIONES

Si multiplica 32 por 10, ¿por cuántas decenas multiplica? ¿Cuántas decenas obtiene? Escríbalas 32d. Conviértalas en unidades. Cómo lo hizo. Compare el producto con el factor 32. ¿Qué bastó para obtenerlo multiplicado por 10? (El mismo ejercicio para cualquiera unidad seguida de ceros).

¿Qué parte es 5 de 10? ¿Siendo 10 un factor y su mitad 5, cómo quedará multiplicada por cinco una cantidad? Para dividir una cantidad por cinco, se multiplica por 10 y se parte por dos.

Compruébese el ejercicio con la operación corrida.

El mismo razonamiento para el 20, 25 y 50 en relación con 100. Nótese que está aplicado uno de los principios de la multiplicación.

DIVISION

$9 \times 4 = 36$ ¿Cuántas veces se repite a 4 para tener 36? ¿Cuántos grupos de 4 forman a 36? Si de 36 hacemos 9 grupos, ¿de cuántas unidades se forma cada uno? ¿Qué operación aritmética hace grupos? (La división). Si de 36 hacemos 9 grupos, ¿entre cuánto dividimos? ¿Cuánto resulta? ¿Cuál es el cociente? ¿Por qué? Porque 9 por 4 son 36.

Con el mismo razonamiento dedúzcase que dividiendo a 36 entre 4, resulta 9.

¿Cuando se divide entre 9, qué parte se obtiene?

Luego, de cuántos modos podemos leer 36 : 9? 36 : 9. Novena parte de 36. Léanse en sus diferentes modos y verifíquense los siguientes ejercicios:

$36 : 9 = 4$ Treinta y seis entre nueve o novena de treinta y seis.

$48 : 8 = 6$ Cuarenta y ocho entre ocho, u octava de cuarenta y ocho.

$24 : 6 = 4$ etc. etc. y compruébese diciendo por qué cuatro por nueve son treinta y seis, y por qué seis por ocho son cuarenta y ocho, etc. etc.

Demás está advertir que el mayor número de ejercicios posibles amplía y afirma el concepto.

A la par de esa columna colóquense otros ejercicios como sigue:

36 : 9 = 4	37 : 9 = 4 1/9
48 : 8 = 6	49 : 8 = 6 1/8
24 : 6 = 4	25 : 6 = 4 1/6

¿Por qué en el primer cociente hay novenos? ¿Por qué en el segundo hay octavos? etc. etc.

¿Cuánto queda de cada cantidad repartida? Nada. Luego el cociente es exacto.

Si aceptamos sólo el cociente entero, ¿qué se observa? Que queda una unidad de residuo.

Comprobemos: 37 : 9 = 4 porque $4 \times 9 = 36$ y uno que queda, igual 37. Ese residuo se coloca debajo de las unidades del dividendo.

Aumentando gradualmente el dividendo, se llegará a observar que mientras el residuo no se equipara al divisor, no podrá el cociente aumentar en una unidad, o de otra manera que cuando el residuo sea menor, no se puede dividir. Insístase en esta obesrvación que deberá utilizarse más adelante en el cálculo de cocientes de divisiones más complicadas.

Conforme vayan aumentando las cifras del dividendo, se hace necesario aplicar constantemente el análisis de cantidades para observar que los órdenes de cociente son resultado de los del dividendo. Ejemplo: 8462 : 2 =

Dividiendo 8 unidades de millar, ¿qué orden y qué cifra recibe el cociente? ¿Dividiendo las cuatro centenas de la cantidad, qué orden y qué cifra recibe el cociente? ¿De dónde viene el 3 de las decenas del cociente? ¿De dónde el 1 de las unidades del mismo?

Usense las dos formas de preguntar: ¿Cuánto da 8 repartido entre 2 y cuánto es la mitad de 8?

Repítase el ejercicio procurando que haya residuos. No se olvide que en todo ejercicio la graduación en los ejemplos amplía el material de trabajo y aclara el concepto.

Propónganse ejercicios como éstos:

2	4	6	8	10	Sacar mitades y ejercicios
20	40	60	80	100	recíprocos y variados.
200	400	600	800	1000	

3	6	9	12	Sacar tercera parte y ejerci-
30	60	90	120	cios recíprocos.
300	600	900	1200	

DIVISION POR DOS CIFRAS

Del análisis cuidadoso y gradual de la multiplicación ha de partirse para razonar el mecanismo de la división por dos cifras.

$2 \times 4 = 8$ ¿Cuántos y cuáles órdenes tiene cada factor?
$u \times u = u$ ¿Cuántos y cuáles tiene el producto? ¿Qué dan unidades por unidades?

$2 \times 6 = 12$ ¿Cuántos órdenes tiene el producto? La decena formada, ¿de dónde proviene? (Proviene del producto de unidades por unidades).

NOTA.—Según el concepto de decena, visto en primer grado al leer 12, tomamos la decena convertida en calidad de unidades. Luego en este ejemplo se presenta el caso de que unidades por unidades dan unidades, con lugar a formación de decenas.

Dos veces tres decenas, ¿cuántas decenas dan? Escriba eso.

d d
$2 \times 3 = 6$ (Nótese que no es dos veces treinta unidades). ¿Qué dan unidades por decenas? (Unidades por decenas dan decenas).

d d
$2 \times 6 = 12$ Obsérvese en este caso que dan lugar a la formación de centenas, y continúese el ejercicio con los demás órdenes.

¿Qué dan decenas por decenas? Escriba dos decenas de veces dos decenas.

d d c
$2 \times 2 = 4$ Decenas por decenas dan centenas. Como 10×10 da 100.

$3 \times 6 =$
———
18

Basados en el principio que dice que un factor desconocido se encuentra dividiendo el producto entre el factor conocido, invirtamos esta operación así:

$3 \times ? = 18$

$18 : 3 = 6$

¿Cuál término de la multiplicación pasó a ser el dividendo de la división? ¿Cuál el divisor? ¿Cuál el cociente?

$? \times 6 = 18$ ¿Cuál es ahora el factor desconocido?

$18 : 6 = 3$ ¿Cuál es ahora el divisor y cuál el cociente en relación con la división invertida? ¿Cómo puede enunciarse de modo general la observación hecha?

I) $12 \times 4 =$ 8
4
—
48

¿Cuál es el producto de unidades por unidades? 8. ¿Cuál es el producto de unidades por decenas? 4. ¿Qué encontramos entonces en el producto total 48? ($u \times d$ más $u \times u$).

II) $13 \times 6 =$ 18	¿Cuál es el producto de unidades
6	por unidades? ¿Qué diferencia tiene
——	con el del caso anterior? ¿Cuál es el pro-
78	ducto de unidades por decenas? ¿Por
	qué dá 7 en el producto total? (Porque
	suma el producto de decenas con parte
	del producto de unidades por unidades.)
III) $48 \times 6 =$ 48	Compare el producto de unidades por
24	decenas en este ejercicio con el co-
——	rrespondiente de los anteriores. ¿De
288	dónde proceden las dos centenas del
	producto total?
I) $12 \times 4 =$ 8	¿De dónde proviene el prôducto 8
4	unidades? ¿De dónde proviene el pro-
——	ducto 4 decenas? ¿Cuántas veces
48	interviene el factor 4 en el producto 48?
$12 \times ? =$ 8	¿Cómo encontraremos el factor unida-
4	des desconocido en el multiplicador?
——	Expréselo: 8 : 2 = 4.
48	
$1? \times 4 =$ 8	¿Si desconocemos las unidades del
4	multiplicando, cómo las encontramos?
——	Expréselo: 8 : 4 = 2.
48	
$?2 \times 4 =$ 8	¿Desconociendo las decenas del mul-
4	tiplicando, cómo se encontrarán? Es-
——	críbalo $\overset{d}{4} : 4 = \overset{d}{1}$.
48	
$?? \times 4 =$ 8	¿Qué debemos hacer para encontrar
4	las dos cifras del multiplicando? Es-
——	criba eso : 48 : 4 = 12.
48	

d u 24 : 2 = ? ?	¿Cómo fue formado el 2 de las decenas del dividendo? ¿Cuál es el producto? ¿Cuál el factor conocido? ¿Cuál el desconocido? Encuéntrelo. ¿Cómo se formó el 4, unidades del dividendo? ¿Cuál es el factor conocido? ¿Cuál el desconocido? Encuéntrelo.
13 × 6 = 18 6 —— 78	¿De dónde proviene el producto 18 unidades? ¿De dónde el producto 6 decenas? ¿De dónde provienen las 7 decenas del producto total?

INVIRTIENDO LA OPERACION

78 : 6 = 1 1	¿Cómo encontramos las decenas del cociente? ¿Por qué? Pruebe la operación: 6 × 1 = 6. ¿Son seis las decenas del dividendo? ¿Cuánto queda? Busque esa decena en el análisis de la multiplicación recíproca. ¿Cuál es esa decena? (La que forma parte del producto de unidades por unidades). ¿Cómo completa el producto de unidades por unidades? (En la prueba de este razonamiento las niñas contestan: "bajando el 8").
78 : 6 = 13 18 00	¿Cómo encuentra ahora las unidades del cociente? Verifíquelo, pruebe y reste. ¿Cuál es el residuo? (Luego la división es exacta).

Invirtiendo la operación de modo que haga de divisor el otro factor.

$78 : 13 = ?$

¿De dónde provienen las decenas de 78? ¿De dónde provienen las unidades de 78? (La flecha es auxiliar para que en este ejercicio se note que ambas comprobaciones parten de la misma cifra y del mismo orden). ¿Cómo encontramos las unidades desconocidas del cociente? (Dividiendo las decenas del dividendo entre las del divisor, o bien, dividiendo las unidades del dividendo entre las del divisor). Según esto, dividir 78 entre 13, es como 7 entre 1. Esta es la expresión corriente.

¿Por qué obtenemos una sola cifra y un solo orden? (Porque esa sola cifra interviene en la formación de los dos órdenes, según se vio en el análisis del ejemplo I).

$78 : 13 = 7$
$(13 \times 7 = 91)$

¿Cuánto recibe el cociente repartiendo 7 entre 1? Compruebe esa cifra. ¿Qué observa? ¿Cuánto debe recibir el cociente? ¿A qué corresponde la decena que rebaja? Señálela en el análisis de la multiplicación. Compruebe ahora con la cifra 6. ¿Hay residuo? La operación que no deja residuo es exacta. Tomando en vez de 78 a 81, es decir, con tres unidades más y verificando la operación, se puede observar que deja de residuo 3. Si avanzamos agregando unidades y verificando operacio-

$78 : 13 = 6$

nes hasta equiparar el residuo con el divisor, concluiremos por que mientras el residuo no sea igual al divisor, no podrá ganar una unidad más el cociente.

No debe el maestro descorazonarse por que encuentre resistencia de comprensión. El trabajo es de paciencia, habilidad y discreción al presentar gradualmente las dificultades y al formular con cuidado las preguntas. Para el niño este razonamiento pesado es menos mortificante y fortalece más que el golpe de mazo del empirismo a que se le ha venido sometiendo. El ejercicio fue probado con excelentes resultados. En éste, como en todo trabajo escolar, conviene estimular con la buena nota a quien trabaje, descartando de la mala a quien no pueda, de modo que ahuyente la preocupación sorda que sobrecoge el espíritu de los que no reconocen su incapacidad, pero sí sienten su torcedor.

Un ejercicio conveniente es el de enseñar a los niños a proponer divisiones exactas, primero, e inexactas luego, mediante la inversión de operaciones. Que cada niño haga una multiplicación y luego la proponga a los compañeros.

$28 \times 5 = 140$ $\qquad$ $140 : 28$

$140 : 5$

Si la quiere inexacta, que agregue al producto la cifra que prevé como residuo:

$140 + 6$ $\qquad$ $146 : 28$ $\qquad$ $146 : 5$

Amaestra, y sintiendo el dominio, se entusiasma y practica. Ejercicios graduales de análisis como el modelo de concepto numérico ofrecido en primer grado, permiten observaciones que deben tomarse en cuenta para superar los obstáculos que acechan los buenos resultados. Cada orden va formando por sí solo o con la contribución de los residuos, dividendos parciales.

El mecanismo estudiado para unidades y decenas es el mismo que para los demás órdenes.

Es conveniente formar con los alumnos el cuadro completo para convencerlos y porque en la ejecución de esos cálculos, lejos de perder, se gana en práctica, observación, comprensión y destreza.

Para el fin que persigue este trabajo basta un ejemplo con los números menores, medios y mayores, así:

$$\begin{array}{rl} 12\times 2 = 24 & \text{menor} \\ 12\times 6 = 72 & \text{medio} \\ 12\times 9 = 108 & \text{mayor} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{de } 12 \\ \text{por los} \\ \text{dígitos} \end{array} \right\} \text{ y } \begin{array}{l} \text{menor} \\ \text{entre} \\ 12 \text{ y } 20 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{r} 15\times 2 = 30 \\ 15\times 6 = 90 \\ 15\times 9 = 135 \end{array} \right\} \text{medio entre 11 y 20 por los dígitos.}$$

$$\left. \begin{array}{r} 19\times 2 = 38 \\ 19\times 6 = 114 \\ 19\times 9 = 171 \end{array} \right\} \text{mayor entre 11 y 20 por los dígitos.}$$

$$\left. \begin{array}{r} 21\times 2 = 42 \\ 21\times 5 = 105 \\ 21\times 9 = 189 \end{array} \right\} \text{menor entre 20 y 100 por los dígitos.}$$

$$\left. \begin{array}{r} 55\times 2 = 110 \\ 55\times 5 = 275 \\ 55\times 9 = 495 \end{array} \right\} \text{medio entre 20 y 100 por los dígitos.}$$

99 × 2 = 198 99 × 6 = 594 99 × 9 = 891	mayor entre 20 y 100 por los dígitos.
12 × 12 = 144 12 × 15 = 180 12 × 19 = 138	menor de dos cifras por menor, medio y mayor entre 12 y 20.
15 × 12 = 180 15 × 15 = 225 15 × 19 = 285	medio de dos cifras por menor, medio y mayor entre 12 y 20.
19 × 12 = 138 19 × 15 = 285 19 × 19 = 361	mayor de dos cifras por menor, medio y mayor entre 12 y 20.
21 × 12 = 252 21 × 15 = 315 21 × 19 = 399	menor entre 20 y 100 por menor, medio y mayor entre 12 y 20.
55 × 12 = 660 55 × 15 = 315 55 × 19 = 1045	medio entre 20 y 100 por menor, medio y mayor entre 12 y 20.
99 × 12 = 128 99 × 15 = 1485 99 × 19 = 1881	mayor entre 20 y 100 por menor, medio y mayor entre 12 y 20.
999 × 12 = 1988 999 × 56 = 55944 999 × 99 = 98901	mayor de tres cifras por menor, medio y mayor entre 12 y 100.

(El menor de dos cifras que no sean la unidad).

(Obsérvese que 15 × 12, 19 × 12 y 19 × 15 pueden eliminarse por estar tratados con la inversión de factores, en ejemplos pasados; lo cual me invita a insistir en que la intensidad de trabajo al principio simplifica el trabajo al final con beneficio de la observación).

Toda observación debe estar asistida por el mayor número de pruebas a fin de constatar la legitimidad de sus principios.

Se desprende lo siguiente:

En toda multiplicación en que la primera cifra del producto es mayor o igual a la primera cifra de sus factores, no ha habido formación de un nuevo orden superior al superior de cualquiera de los mismos. En este caso, para el arranque de la división se toma del dividendo (producto), el mismo número de cifras que tiene el divisor.

Si la primera cifra es menor que cualquiera de las cifras iniciales de los factores, está de manifiesto que hubo contribución para formar un orden mayor que el mayor orden de los factores. En este caso se necesita tomar una cifra más en el dividendo que las que tiene el divisor.

Véase si no:

	d d
$12 \times 6 = 72$	7 mayor que 1 del 12; 72 : 12 se toman las dos cifras del dividendo y dan para el divisor.
	d d
$15 \times 6 = 90$	9 mayor que 1 del 15; 90 : 15 se toman las dos cifras del dividendo y dan para 15.
	c d
$55 \times 12 = 660$	6 mayor que 5 del 55; 660 : 55 se toman las dos cifras primeras y dan para 55.
	c
$12 \times 9 = 108$	1 menor que 9; 108 entre 12 se toman las tres cifras para 12.
$999 \times 99 = 98901$	Este caso ofrece una tercera observación: la cifra primera igual y la que

sigue menor que la correspondiente. Así:
98901 : 99 98 para 99 no da.
98901 : 999 989 para 999 no da. Luego, se toman tres o cuatro cifras según sea el divisor.

De este análisis no debe hacerse responsables a los niños. Su objeto es aclarar el mecanismo de la operación Si el maestro no se siente capaz de dirigirlo, conviene que vaya eliminando lo que juzgue más difícil.

Esta serie de observaciones está simplificada en los siguientes ejercicios con los números dígitos.

Cualquiera cifra multiplicada por 1 da la misma cifra.

$2 \times 1 = 2$	mayor que un factor e igual al otro.
$3 \times 1 = 3$ etc.	mayor que un factor e igual al otro.
$2 \times 3 = 6$	mayor que ambos.
$2 \times 6 = 12$	la primera cifra menor que los factores porque es contribución de las unidades.
$9 \times 9 = 81$	A pesar de ser los dígitos mayores, la primera cifra es menor que ambos factores, porque es contribución del orden de las unidades.

El auxiliar más poderoso es el análisis de cantidades y también el recurso más sencillo.

Veamos cómo:

98901 : 99 ¿Hasta cuál orden alcanza el dividendo? ¿Hasta cuál orden alcanza el divisor? ¿Cuál orden del cociente multiplicado por las decenas del divisor debe dar las decenas de millar del dividendo? ¿Qué cifra calcula Ud. que debe recibir el cociente? ¿Puede darle a 1 dividiendo 98 entre 99? ¿Qué indica eso? (Que el 9 es parte del producto de las centenas del cociente por las decenas del divisor). Según eso, ¿hasta cuál cifra debemos tomar? ¿Qué órdenes tiene entonces el cociente?

Más sencillo aún.

Tomando la primera cifra del dividendo, ¿da entre 99? Tomando las dos primeras, ¿dan? ¿Tomando las tres primeras? Sí. ¿Hasta cuál orden tomó? ¿Qué orden recibe el cociente? ¿De cuál orden del dividendo resta el producto de la comprobación? etc.

Ya se ve que la división es un resumen aplicado del estudio de análisis de cantidades, de la suma, la resta y la multiplicación. De allí que sea indispensable el dominio de todos esos conocimientos.

No es consecuente que, si muchos adultos vacilan para el cálculo de cifras del cociente, se le exija al niño la firmeza. Ella vendrá con la práctica y con la observación de su origen en el análisis de la multiplicación recíproca.